



ОСНОВЫ СИММЕТРИЧНОЙ МАТЕМАТИКИ II ЧАСТЬ

$$\sqrt{\bar{1}} = \bar{1}; \quad k \cdot \theta = \theta \cdot k = \theta$$

Предисловие.

В данной книге на основе оригинальных авторских идей, рассматривается возможность построения альтернативного курса математики.

Автор полагает, что некоторые положения традиционной математики логически не совсем обоснованны. Например, неравнозначность положительных и отрицательных чисел в осуществлении некоторых математических операций. Единица возведённая в любую степень всегда равна единице, в то время как минус единица возведённая в чётную степень равна единице, а в нечётную минус единице, а возведение в дробную степень например в $\frac{1}{2}$ минус единицы вообще не имеет смысла. В математике, построенной на симметричной основе положительные и отрицательные числа “равноправны”. Умножая на единицу её писать нужно обязательно так же как в традиционной математике необходимо писать минус единицу при умножении (или писать знак минус, знак плюс как правило не пишут). В математике построенной на симметричной основе отпадает необходимость в комплексных числах. Графики степенной функции при разных показателях степени имеют один и тот же вид, такой как выглядит в традиционной математике кубическая парабола. Привычная нам парабола квадратичной функции задаётся формулой $y = 1 \cdot x^2$. Графики функций $y = 1 \cdot x^2$, $y = x^2$, и $y = -1 \cdot x^2$ это совершенно разные графики. Читатель ознакомившись с принципами симметричной математики сам может их легко построить Так же логически обосновывается и возведение нулевою степень. $a^0 = 1$ если $a > 0$ и $a^0 = -1$ при $a < 0$. В симметричной математике степенная функция существует при любом основании, кроме того существуют и логарифмы отрицательных чисел.

Автор, так же полагает, что в традиционной математике не корректно проводится и сравнение чисел. В математике построенной на симметричной основе движение по числовой прямой проводится и влево и вправо от начала координат. Знак числа не определяет его величину, он только показывает, в какой части от начала координат находится число, величину же определяет модуль числа, то есть его удалённость от начала координат.

В традиционной математике хоть начало координат формально находится в точке ноль, но фактически в минус бесконечности и движение происходит всегда вправо и чем правее находится число, тем оно больше.

Так как в симметричной математике движение от начала координат происходит вправо и влево, то иначе трактуется возрастание и убывание функции. Рассматривается так же возможность, введения числа антипода нулю (условно названным гипернулём). Это число которое выполняет противоположное действие нулю при возведении в степень. То есть положительные числа возведенные в степень гипернуля отображаются в минус единицу а отрицательные в плюс единицу.

Автор так же иначе понимает и число ноль. Для него ноль это не пустота, а наоборот сумма двух бесконечностей положительной и отрицательной, непроявленная вселенная, вакуум содержащий в себе две бесконечности, которые уравновешены. Если представить числовую прямую в виде весов то ноль говорит о том, что весы находятся в равновесии, то есть количество отрицательных и положительных элементов одно и то же. Например, число 4 говорит о том, что равновесие нарушено на 4 единицы. А именно от нуля отняли 4 отрицательных элемента и положительных элементов стало больше на 4 в обычной записи это выглядит так $0 - -4 = 4$. А например число минус 4 означает что весы отклонились на 4 деления в сторону отрицательных чисел так как было удалено четыре положительных элемента. В обычной записи это выглядит так $0 - 4 = -4$. Здесь знак минус означает именно действие вычитания, но не знак числа, вычитаем положительное число 4. Также аналогично понимается, например действие $-4 - 6 = -10$ было удалено 4 положительных элемента и затем ещё 6 всего 10 положительных элементов и “весы” отклонились в отрицательную сторону на 10 делений. Эту ситуацию очень легко описать с точки зрения физики, оперируя положительными и отрицательными зарядами. Ноль это уравновешенность положительных и отрицательных частиц (в полупроводниках электроны и дырки) убирая(вычитая) электроны система приобретает положительный заряд, например $0 - -4 = 4$ и наоборот $0 + -4 = -4$. Чтобы не путать знак числа и действие вычитания лучше знак минус ставить над

$$4 + \bar{6} = \bar{10}$$

числом, то есть

В книге приведено много графиков, а так же упражнений практического применения альтернативой математики.

Книга может быть полезна, учащимся старших классов, учителям. Материал изложенный в книге поможет более шире взглянуть на логически обоснованные альтернативные возможности построения курса математики . В книге показана нелогичность некоторых положений современной математики , когда непрерывность заменяется дискретностью при возведении отрицательных чисел в степень, в связи с чем возникают проблемы в области определения, функций и выражений.

Автор не претендует на истину в последней инстанции, это просто другая математика в чём то лучше и проще чем традиционная- положительные и отрицательные элементы (числа) равнозначны, графики степенных функций имеют один и тот же вид, проще и с областью определения так как корни четной степени из отрицательных чисел извлекаются и т. д. а в чём то может сложнее традиционной.

Автор не исключает отдельных ошибок и опечаток, будет благодарен за замечания.

Сайт автора: alemezencev.narod.ru

Email. mezencev@takas.lt

Содержание книги.

Свойства и графики степенной функции в симметричной математике.

Свойства и графики показательной функции.

Свойства и графики логарифметической функции.

Иррациональные и показательные уравнения.

Интегралы, вычисление площадей, тригонометрия.

Свойства степени в симметричной математике.

Антипод нуля и его свойства

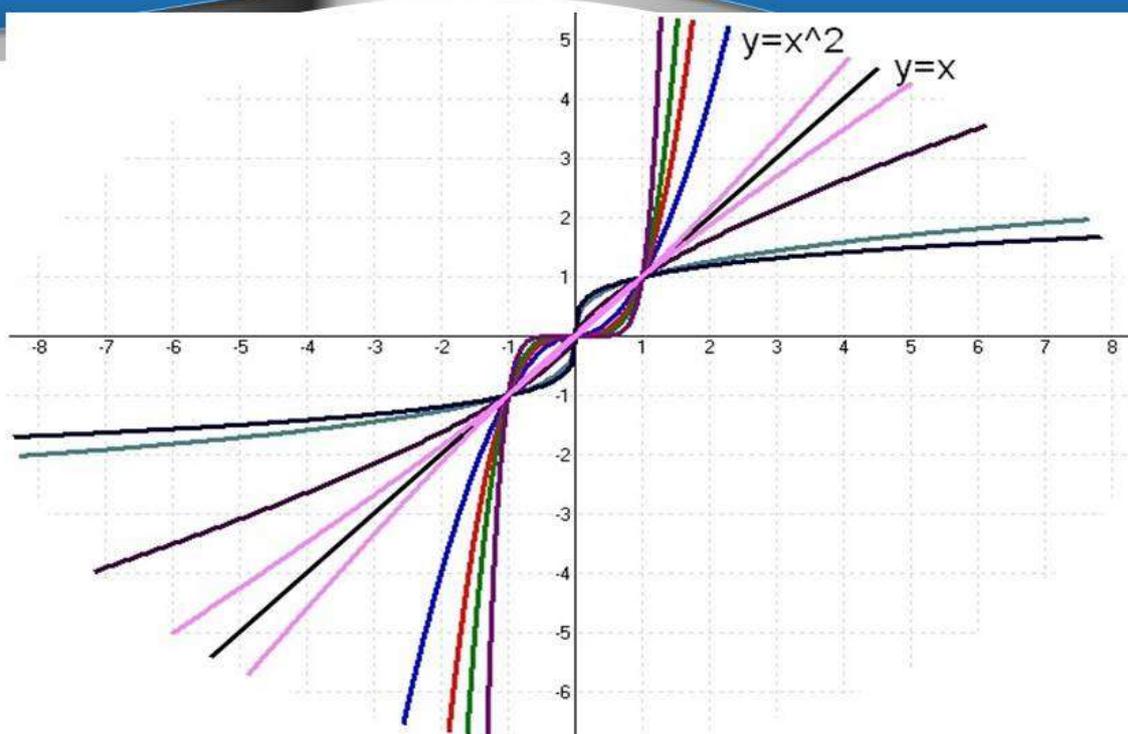
Антиподные числа и их свойства

Основные принципы симметричной математики

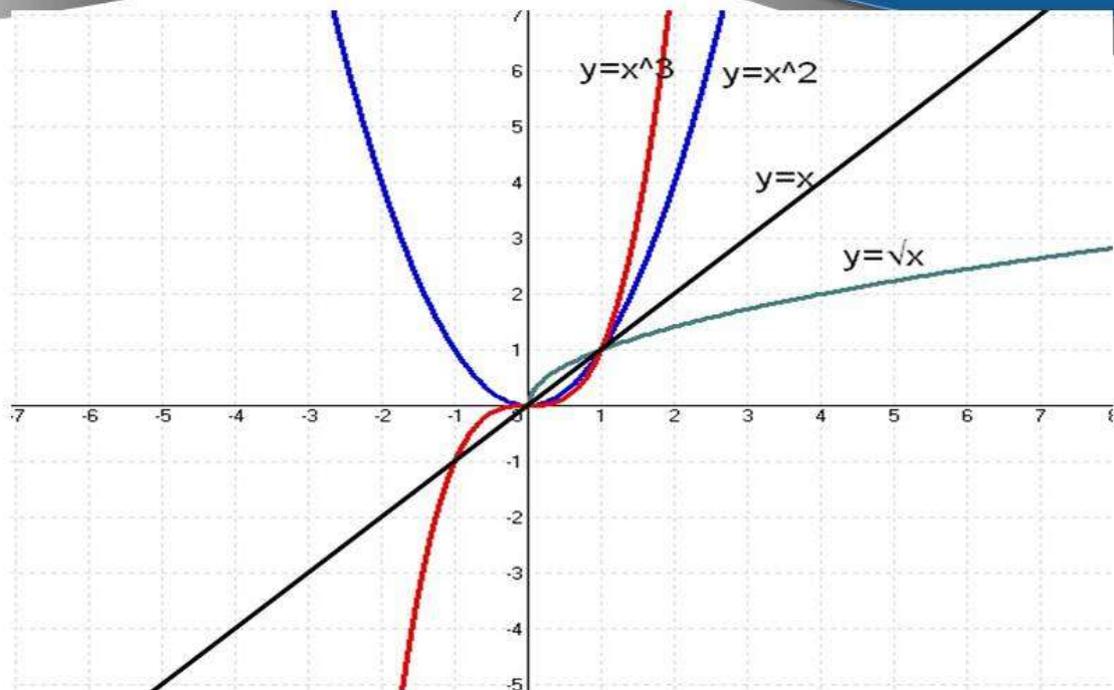
А. Мезенцев

- Рассмотрим свойства и графики степенных функций, основываясь на принципах симметричной математики. Степенная функция, это функция вида $y = x^\alpha$, где $x \in \mathbb{R}$ и $\alpha \in \mathbb{R}$. Рассмотрим три случая: $\alpha > 0$, $\alpha < 0$ и $\alpha = 0$. Так как аппарат применения производной для установления возрастания и убывания функций методически хорошо отработан, то все формулы с небольшими изменениями, остаются в силе.
- В первом случае все графики функций расположены в первой и третьей четвертях. Так как $y' = \alpha x^{\alpha-1}$ и поскольку $\alpha > 0$, то имея левостороннее умножение, независимо от знака переменной, произведение будет всегда положительно. Поэтому степенная функция будет возрастать при всех x . Напоминаю, что возрастание понимается, как увеличение абсолютной величины y , при движении от начала по оси координат Ox влево и вправо.

Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha > 0$ в симметричной математике



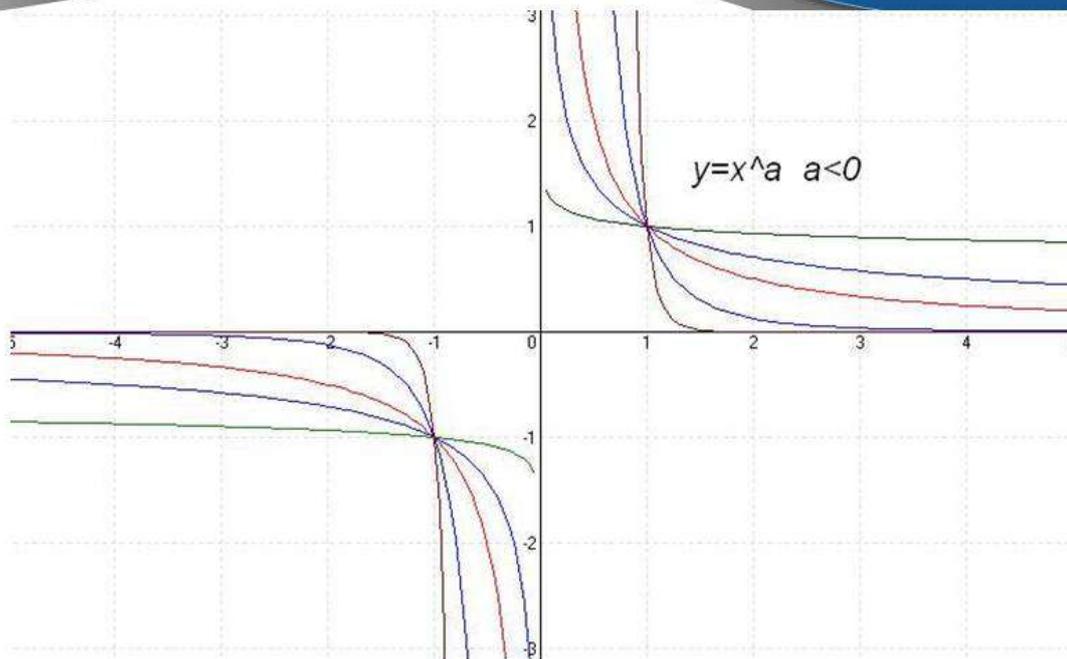
Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha > 0$ в математике с правой асимметрией



Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha > 0$

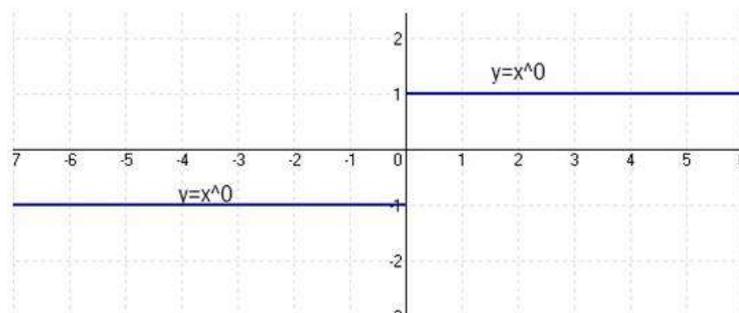
- Сравнивая графики степенных функций в симметричной математике и математике с правой асимметрией можно сделать следующие выводы: в математике с симметричной основой все графики имеют одни и те же свойства и один и тот же вид. При $x \rightarrow 1$ справа или слева, графики функций трансформируются в прямую $y = x$.
- В случае математики с правой асимметрией (та которой пользуемся мы), это графики, в зависимости от показателя степени α , совершенно разные. Они выглядят, как графики совсем разных функций, с разными свойствами, областями определений и разными множествами принимаемых значений. Всё это наталкивает на мысль, что здесь есть нарушение закона непрерывности и замена непрерывности дискретностью.

Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha < 0$



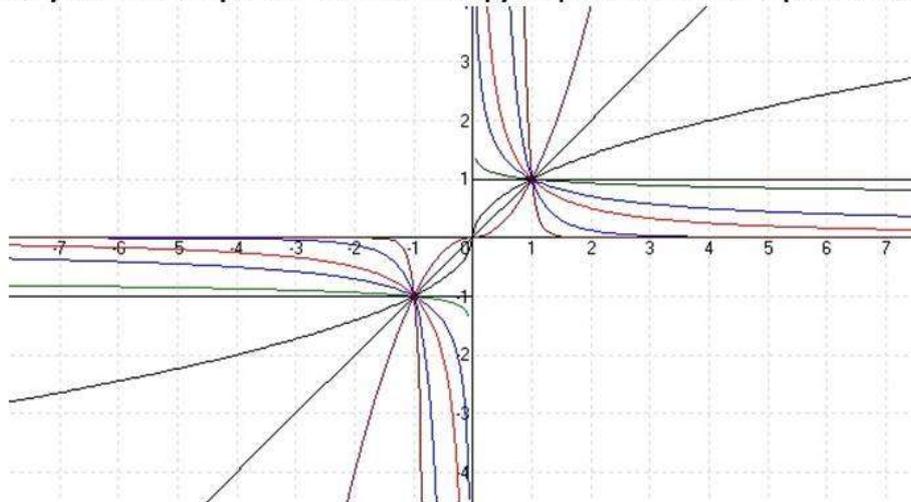
Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha < 0$

- Анализируя графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha < 0$, видно, что графики всех функций имеют один и тот же вид. Так как $y' = \alpha x^{\alpha-1}$ и поскольку $\alpha < 0$, то имея левостороннее умножение, независимо от знака переменной, произведение будет всегда отрицательно. Поэтому степенная функция будет убывать при всех значениях x . Область определения будут все действительные числа, кроме 0. И множество принимаемых значений тоже будут все числа кроме 0.
- Строя график степенной функции при $\alpha = 0$ необходимо учитывать, что $x^0 = 1$ при $x > 0$ и $x^0 = -1$ при $x < 0$



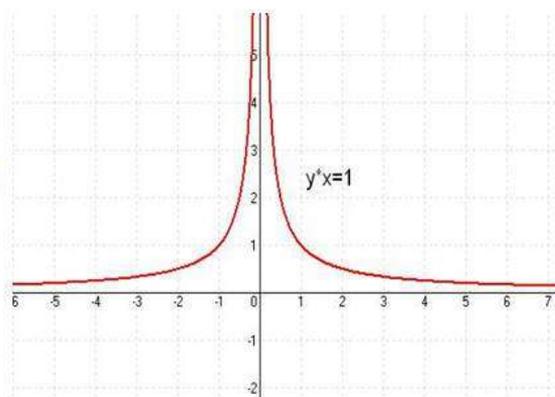
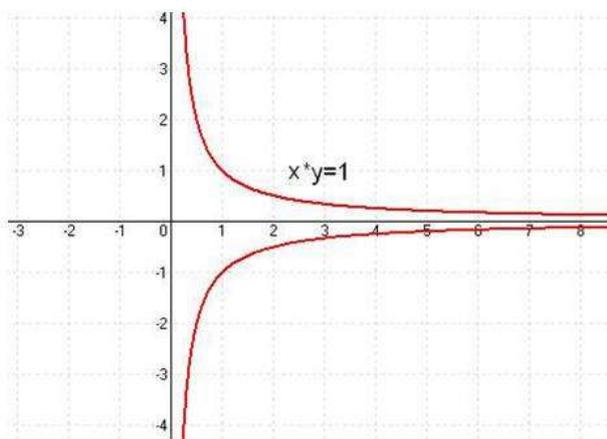
Графики степенной функции $y = x^\alpha$ при $\alpha > 0$, $\alpha < 0$ и $\alpha = 0$

- На нижнем рисунке представлены графики степенной функции при самых различных значениях показателя степени. Рассмотрены все три возможных случая. Видна чёткая симметрия и полное равенство возможностей положительных и отрицательных чисел. При $\alpha > 0$ все функции возрастают, при $\alpha < 0$ убывают и при $\alpha = 0$ значение функции постоянно и равно 1 или $\bar{1}$



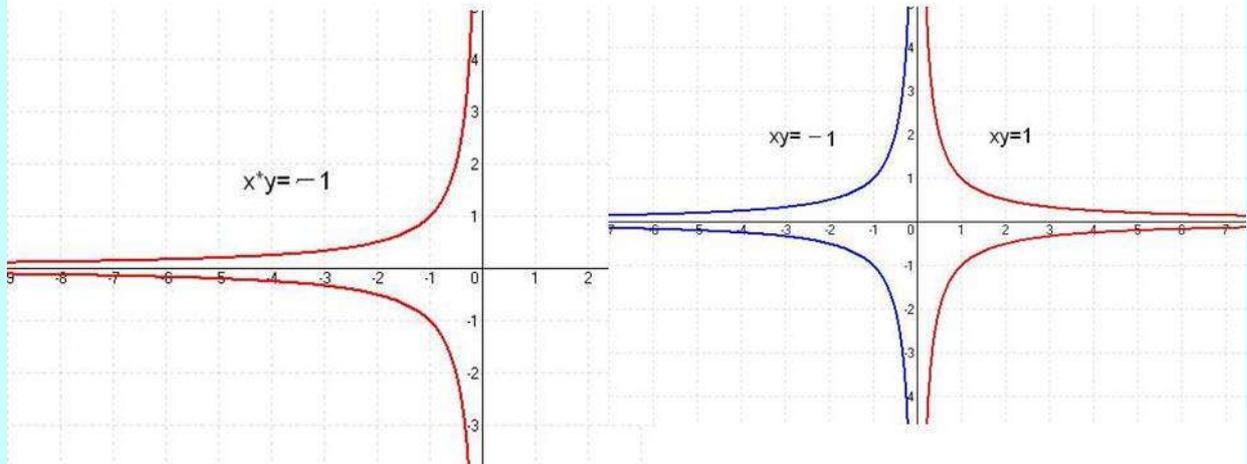
Обратно пропорциональная зависимость

- Рассмотрим множество решений уравнений: $x \cdot y = 1$, $y \cdot x = 1$ и изобразим их графически, в первом случае x может быть любым положительным числом, а y любое число не равное 0. Во втором случае наоборот.



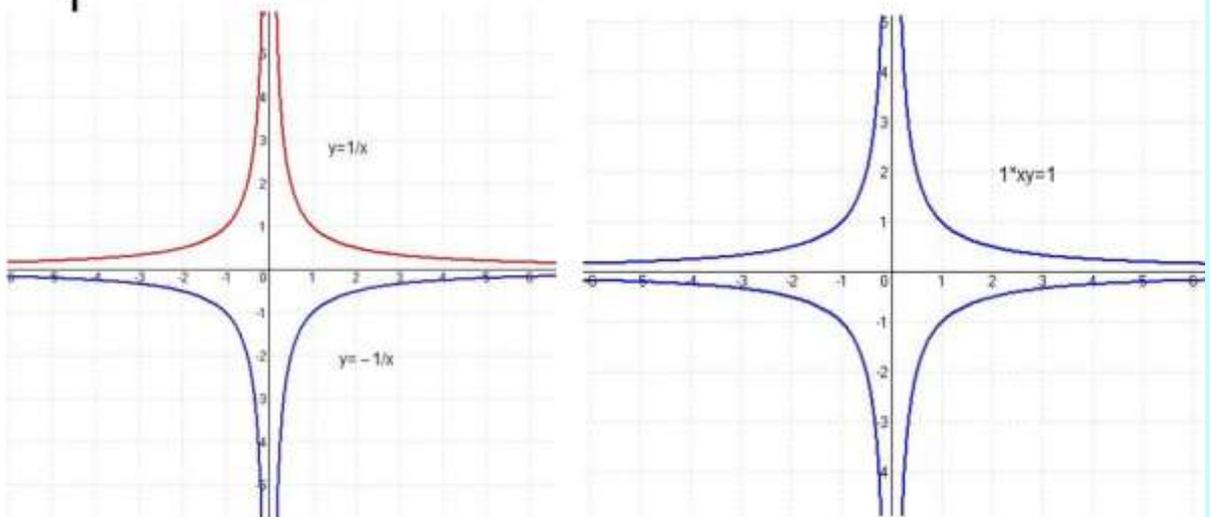
Обратно пропорциональная зависимость

- Рассмотрим множество решений уравнений: $x \cdot y = \bar{1}$ и $x \cdot y = 1$,

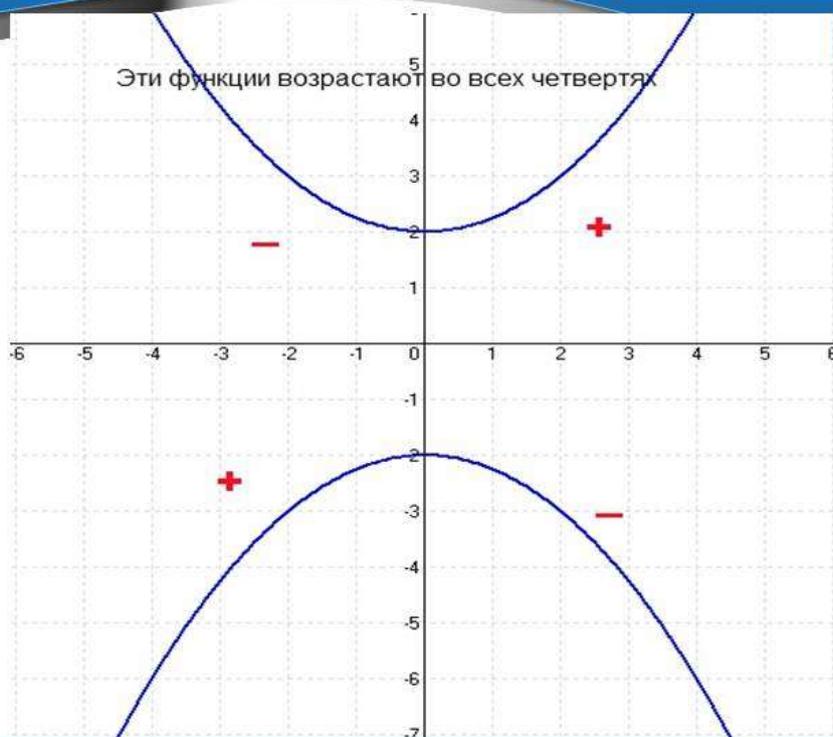


Обратно пропорциональная зависимость

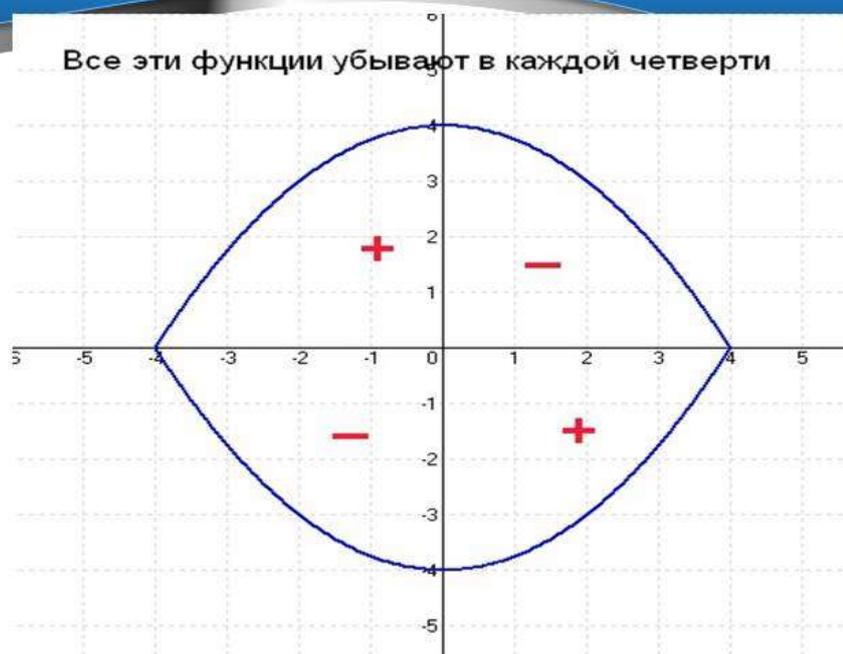
- На графике в верхней части красным цветом изображён график функции: $y = \frac{1}{x}$ а в нижней части синим цветом график функции $y = \frac{-1}{x}$. Все четыре ветви будут являться графиком уравнения $1 \cdot xy = 1$ или $\bar{1} \cdot xy = \bar{1}$



Принципы симметричной математики. Возрастание функции и знаки производной

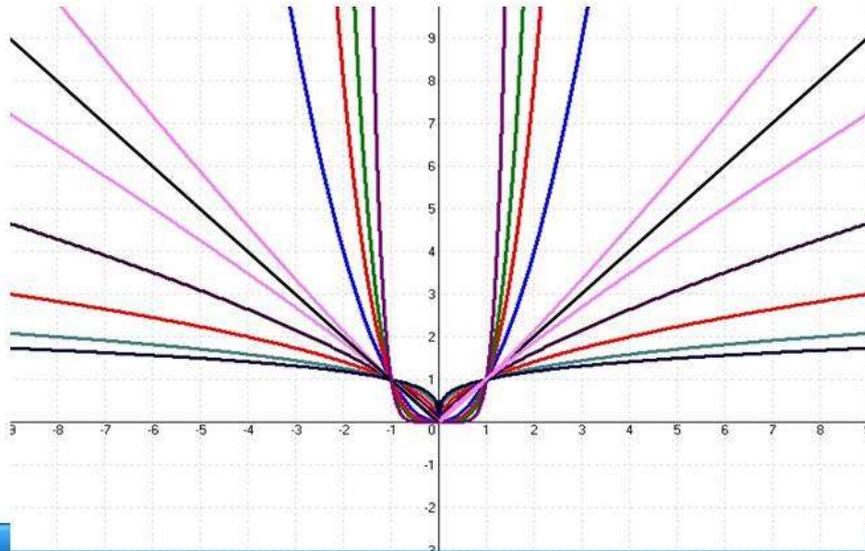


Принципы симметричной математики. Убывание функции и знаки производной



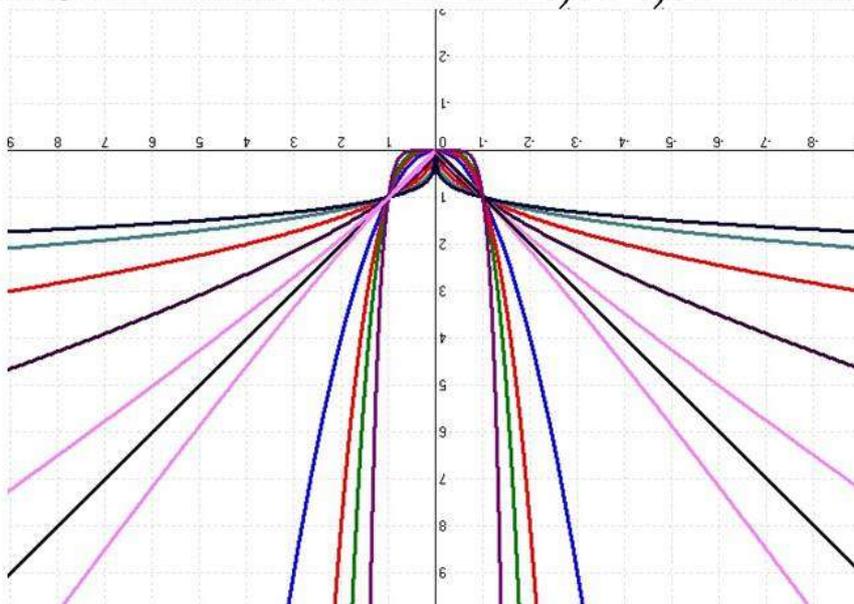
Графики степенной функции $y = 1 \cdot x^\alpha$ при $\alpha > 0$ в симметричной математике

- На нижнем рисунке изображены графики степенной функции $y = 1 \cdot x^\alpha$ при самых различных значениях $\alpha > 0$, $\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{3}{2}$, $\alpha = 1$, $\alpha = 2$ и т. д. По графикам видно, что производная функции $y = x^2$ равна $\dot{y} = x * 2$ поэтому при $x > 0$ производная положительна и при $x < 0$ производная отрицательна



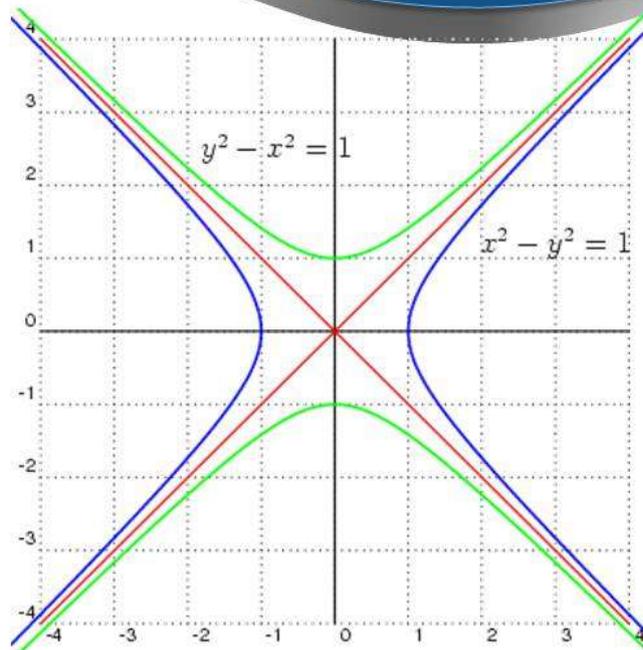
Графики степенной функции $y = \bar{1} \cdot x^\alpha$ при $\alpha > 0$ в симметричной математике

- На нижнем рисунке изображены графики степенной функции $y = \bar{1} \cdot x^\alpha$ при самых различных значениях $\alpha > 0$, $\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{3}{2}$, $\alpha = 2$ и т. д.



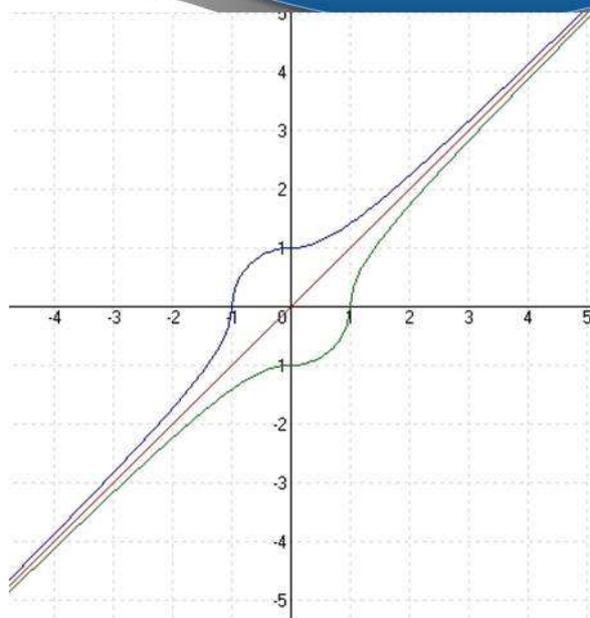
Принципы симметричной математики. Уравнение гиперболы, окружности

- Уравнения
- $x^2 - y^2 = 1$ и $y^2 - x^2 = 1$ это уравнения двух сопряжённых единичных равнобочных гипербол с совпадающими асимптотами. Те же самые графики в симметричной математике будут задаваться формулами:
 - $1 \cdot x^2 - 1 \cdot y^2 = 1$ и
 - $1 \cdot y^2 - 1 \cdot x^2 = 1$
- Графики этих гипербол изображены на рисунке справа. Уравнение $x^2 + y^2 = 1$ это уравнение единичной окружности с центром в начале координат, уравнение такой окружности в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами задаётся уравнением $1 \cdot x^2 - 1 \cdot y^2 = 1$



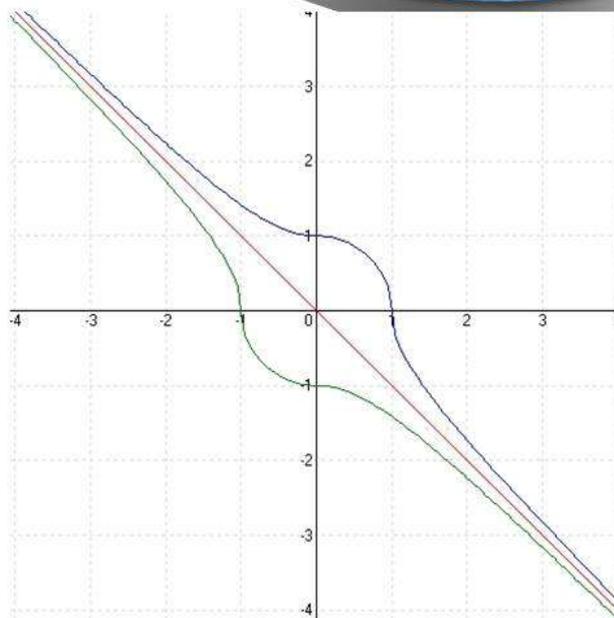
Принципы симметричной математики. Уравнение гиперболы, окружности

- Рассмотрим как будут выглядеть графики уравнений
- $x^2 - y^2 = 1$ и $y^2 - x^2 = 1$ в математике построенной на симметричной основе. Графики этих уравнений изображены на рисунке справа. Синим цветом изображён график уравнения $y^2 - x^2 = 1$ и зелёным цветом график уравнения $x^2 - y^2 = 1$. Как видим графики имеют одну общую асимптоту.
- Рассмотрим как будут выглядеть графики уравнений $x^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = \bar{1}$
-



Принципы симметричной математики. Уравнение окружности

- Рассмотрим как будут выглядеть графики уравнений $x^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = \bar{1}$
- На рисунке справа синим цветом изображён график уравнения $x^2 + y^2 = 1$ и зелёным цветом график уравнения $x^2 + y^2 = \bar{1}$
- Как видно оба графика имеют общую асимптоту $y = \bar{x}$



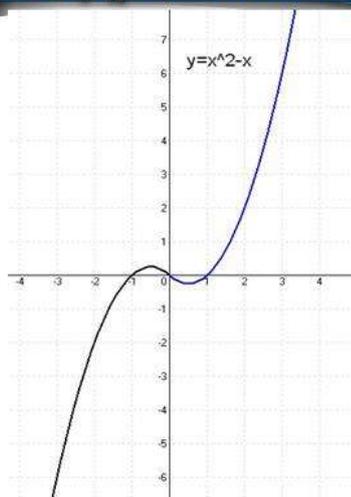
Принципы симметричной математики. Пример квадратичной функции

- Рассмотрим конкретный пример построения графика квадратичной функции $y = x^2 - x$. Данная функция, в математике созданной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами также может быть записана в виде $y = x^2 \cdot a - x \cdot a$ где $|a| = 1$
- График данной функции в симметричной математике можно построить по точкам, давая значения аргументу x и вычисляя значение функции. Вычисления проводим по правилам симметричной математики, то есть например
- $\bar{3}^2 = \bar{9}$

x	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$	$\bar{0,5}$	0	0,5	1	2	3
y	$\bar{6}$	$\bar{2}$	0	0,25	0	$\bar{0,25}$	0	2	6

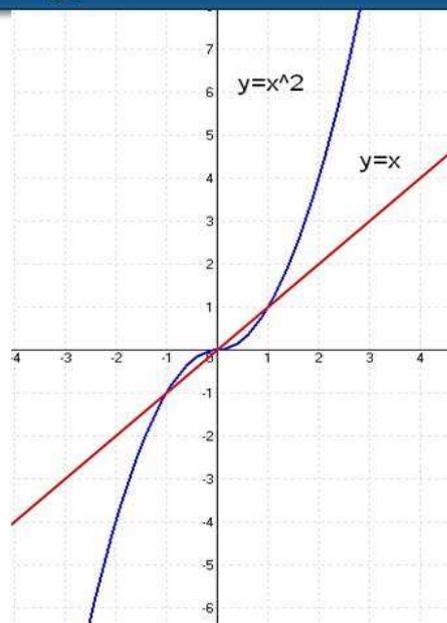
- График функции выглядит следующим образом.

Принципы симметричной математики. Пример квадратичной функции



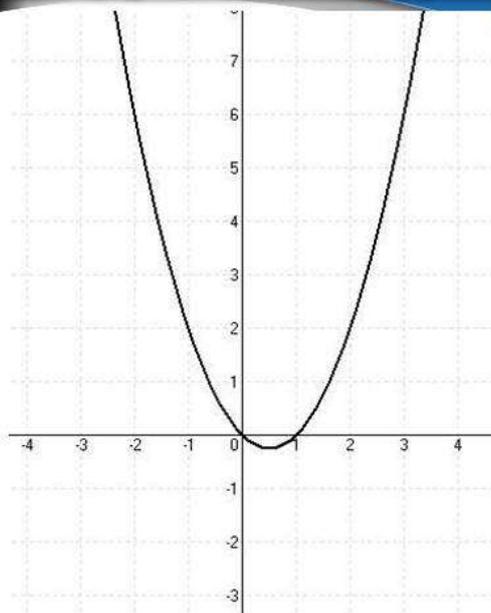
По графику функции видно, что он пересекает ось Ox в трёх точках $\bar{1}$; 0 ; 1 . Экстремумы функции $y = x^2 - x$, можно найти вычислив производную и найдя критические точки, для этого надо решить линейное уравнение $2x = 1$, которое имеет решение $|x| = 0,5$. Из графика видно, что $x = \bar{0,5}$ является точкой максимума, а $x = 0,5$ точкой минимума. В математике с правой асимметрией график функции $y = x^2 - x$ выглядит совершенно иначе. Ему будет соответствовать график $y = 1 \cdot x^2 - x$ построенный в симметричной математике

Принципы симметричной математики. Графический способ решения квадратного уравнения



Действительно, решая уравнение $x^2 = x$ графическим способом видно, что данное уравнение имеет три корня $\bar{1}$; 0 ; 1 .

Принципы симметричной математики. Пример квадратичной функции



На данном чертеже изображён график функции $y = x^2 - x$, в математике с правой асимметрией, ему будет соответствовать график функции $y = 1 \cdot x^2 - x$ построенный по законам симметричной математики.

Основные принципы симметричной математики

А. Мехлиц

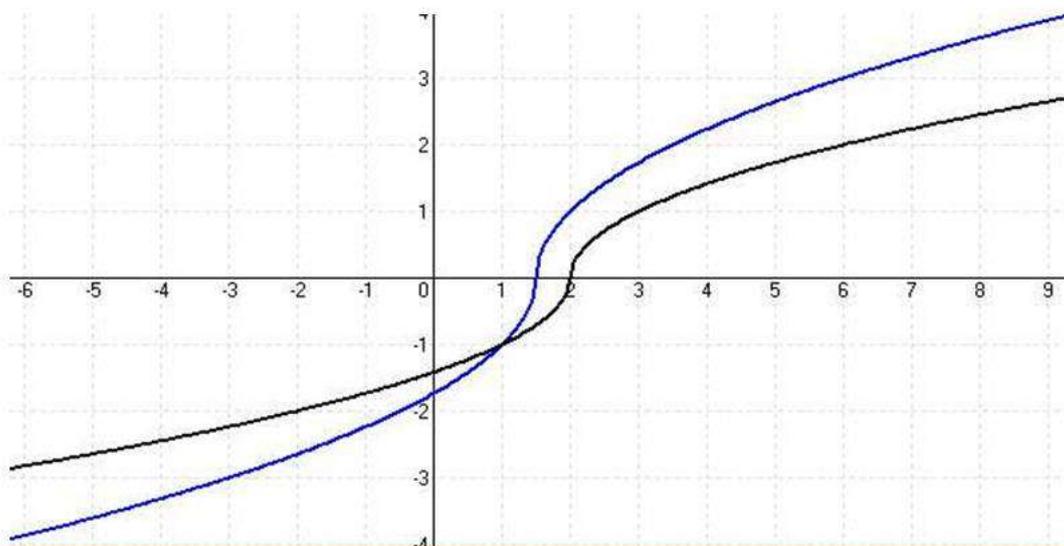
- В математике построенной на симметричной основе, несколько изменяется запись уравнений основных кривых. Так как имеет место левостороннее умножение, когда левый множитель определяет знак и величину произведения и правостороннее умножение, которое определяет только величину и не влияет на знак произведения и учитывая, что $x^2 > 0^+$
- если $x > 0^+$ и $x^2 > 0^-$ если $x > 0^-$, то например, уравнение $x^2 + y^2 = 1$, определяет четверть единичной окружности расположенной в первой четверти. Уравнение $x^2 + y^2 = \bar{1}$, определяет четверть единичной окружности расположенной в третьей четверти, уравнение $1 \cdot x^2 + y^2 = 1$ определяет половину единичной окружности расположенной в первой и второй четвертях, уравнение
- $x^2 + 1 \cdot y^2 = 1$ определяет половину единичной окружности расположенной в первой и четвёртой четвертях и наконец уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом равным единице записывается в виде следующего уравнения $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 = 1$. Уравнение записанное в виде $\bar{1} \cdot x^2 + \bar{1} \cdot y^2 = \bar{1}$ это то же самое, что и уравнение $-x^2 - y^2 = -1$, записанное в математике с правой асимметрией. А каноническое уравнение эллипса запишется в виде: $1 \cdot \frac{x^2}{a^2} + 1 \cdot \frac{y^2}{b^2} = 1$

Иррациональные уравнения

- Так как в математике с симметричной основой возможны действия извлечения корней чётной степени с отрицательных чисел и возведение отрицательных чисел в любую степень, то возможно решение показательных и логарифмических уравнений с отрицательным основанием. Меняется и методика решения иррациональных уравнений. Например, уравнение $\sqrt{2x-3} = \sqrt{1x-2}$, решается приравнивая подкоренные выражения.
- $2x-3 = 1x-2$, решая которое находим единственное решение $x = 1$. Подставляя, можно убедиться, что данное значение является решением. В математике с правой асимметрией, данное уравнение решений не имеет. Графическая иллюстрация решения этого уравнение представлена ниже. Синим цветом представлен график уравнения $y = \sqrt{2x-3}$, а черным цветом график уравнения $y = \sqrt{1x-2}$,

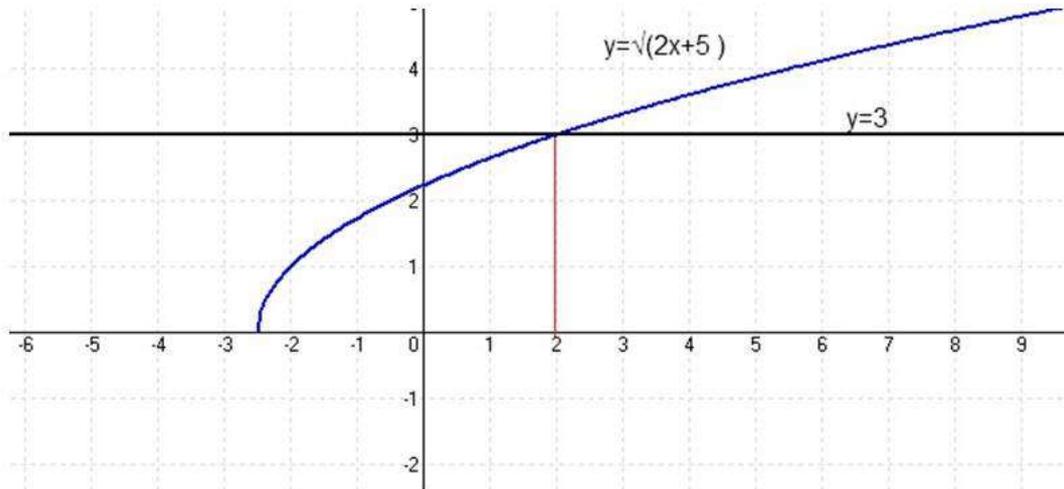
Иррациональные уравнения

- Графическая иллюстрация решения уравнения $\sqrt{2x-3} = \sqrt{1x-2}$ представлена ниже. Синим цветом представлен график уравнения $y = \sqrt{2x-3}$, а черным цветом график уравнения $y = \sqrt{1x-2}$ Ответ:1



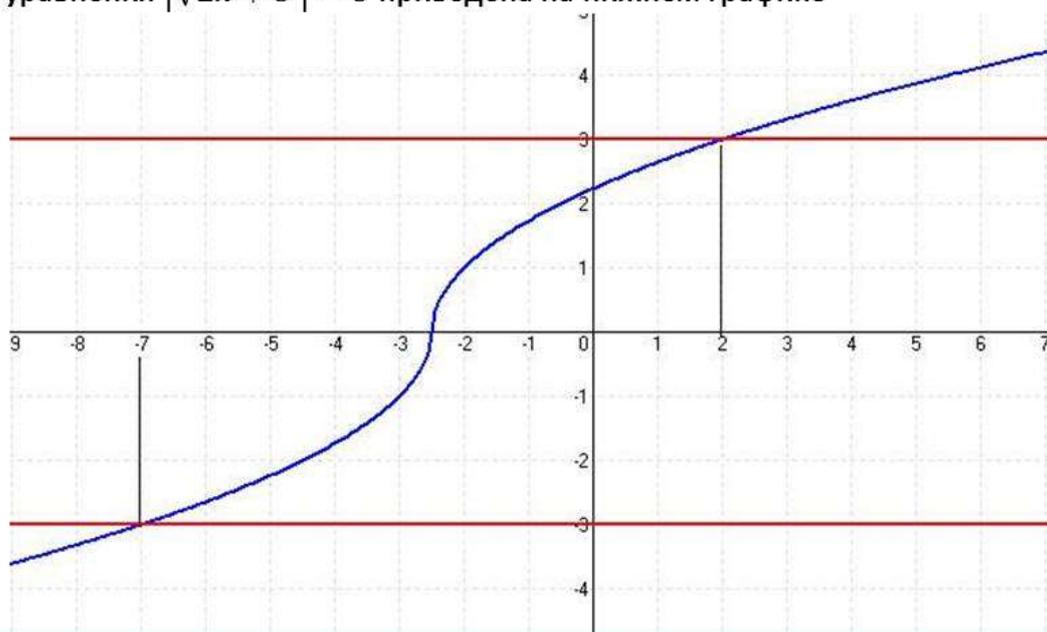
Иррациональные уравнения

- Решите уравнение: $\sqrt{2x + 5} \cdot 1 = 3$
- Так как правая часть у нас положительна, а в левой части имеется правостороннее умножение на 1, то подкоренной выражение должно быть больше нуля, т.е. $2x + 5 > 0$ поэтому $2x + 5 = 9$, откуда $x = 2$. Графическая иллюстрация решения этого уравнения представлена на рисунке внизу.



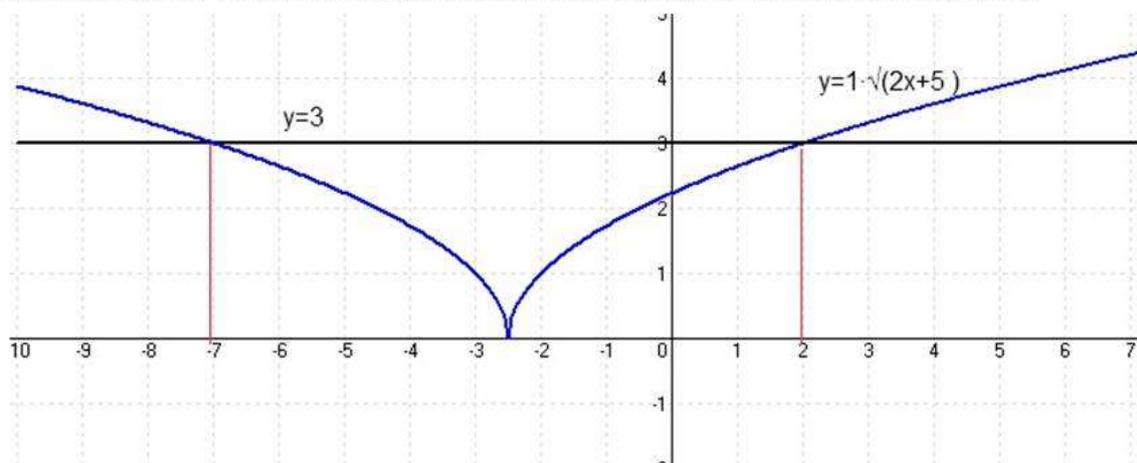
Иррациональные уравнения

- Если бы мы решали уравнение, где корень находился под знаком модуля то уравнение имело бы два решения 2 и 7 . Графическая иллюстрация решения уравнения $|\sqrt{2x + 5}| = 3$ приведена на нижнем графике



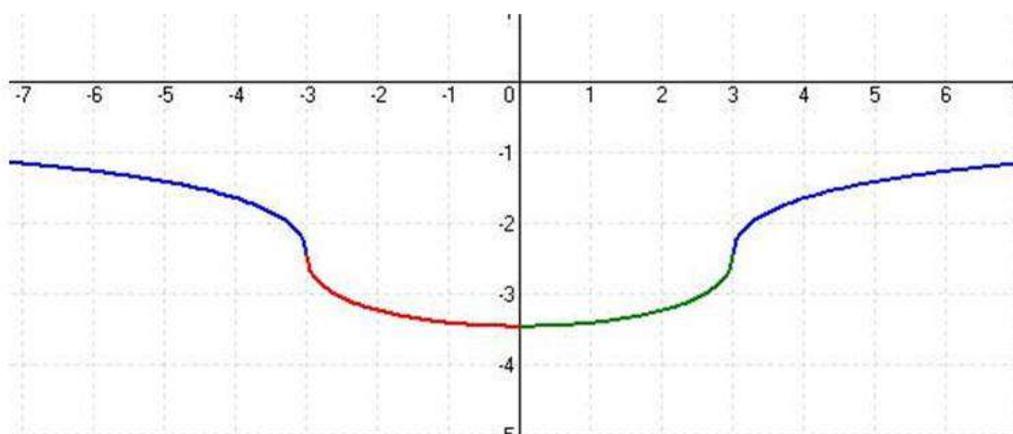
Иррациональные уравнения

- Решите уравнение: $1 \cdot \sqrt{2x + 5} = 3$
- Так как правая часть у нас положительна, а в левой части имеется левостороннее умножение на 1, то подкоренное выражение может быть как положительным так и отрицательным. Решаем два уравнения: $2x + 5 = 9$ и $2x + 5 = \bar{9}$, Получаем два решения: $x = 2$ и $x = \bar{7}$ Подставляя значения в уравнение, можно легко убедиться, что оба решения верны. Иллюстрация решения этого уравнения представлена на нижнем рисунке.



Иррациональные уравнения

- Рассмотрим решение иррационального уравнения с параметром
- $\sqrt{x - 3} - \sqrt{x + 3} = a$ где a параметр.
- Для решения этого уравнения надо рассмотреть возможные значения подкоренных выражений относительно знака. Поэтому надо рассмотреть решение этого уравнения в 3-х интервалах 1) $(-\infty; \bar{3})$ 2) $(3; 3)$ и 3) $(3; +\infty)$. Для упрощения можно построить график функции $y = \sqrt{x - 3} - \sqrt{x + 3}$
- Который представлен на нижнем рисунке.



Иррациональные уравнения

- Как видно из графика данное уравнение $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+3} = a$ будет иметь решения только отрицательных значений параметра $a \in (0; 2\sqrt{3})$ Причём всегда будет два симметричных решения, кроме случая когда $a = 2\sqrt{3}$ для этого значения a уравнение имеет одно решение $x = 0$. Это значение a легко получить подставив в уравнение вместо x число 0. Рассмотрим решение этого уравнения взяв вместо a какое-нибудь отрицательное число, например $a = \bar{3}$ по графику видно, что при этом значении a уравнение имеет два симметричных решения $x \approx \pm 2,5$ Точные решения можно найти решая алгебраически данное уравнение в каждом интервале $(0; \bar{3})$, $(\bar{3} - \infty)$ и соответственно $(0; 3)$, $(3; +\infty)$, каждый раз учитывая знак подкоренного выражения и соответственно корня. Проведя необходимые преобразования получим $x^2 = \frac{27}{4}$ и $x^2 = \frac{27}{4}$ откуда получаем два значения x , $x = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$ Подстановкой легко убедиться что оба решения удовлетворяют уравнению.
Подставим например положительное значение $x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ получим, $\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} - 3} - \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} + 3} = \bar{3}$ откуда получим, $\sqrt{3\sqrt{3} - 6} - \sqrt{3\sqrt{3} + 6} = 2\sqrt{3}$ В левой части вынесем знак минус перед скобками, тогда выражение в скобках будет положительно, $-(\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} + \sqrt{3\sqrt{3} + 6}) = 3\sqrt{2}$, возведя обе части равенства в квадрат, получим, $-(6 - 3\sqrt{3} + 2 \cdot 3 + 3\sqrt{3} + 6) = \bar{18}$ откуда получаем $-(6 + 6 + 6) = \bar{18}$ является верным равенством. Можно вычислить приближённое значение беря вместо точного значения x его приближённое значение $x \approx 2,598$

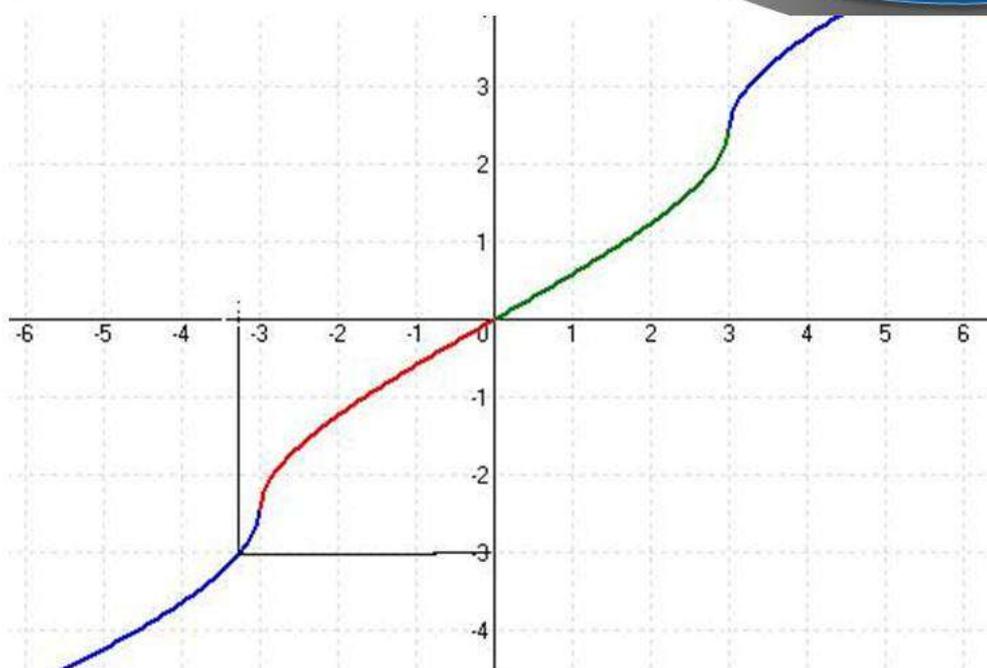
Иррациональные уравнения

- Как видно из графика данное уравнение $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+3} = a$ будет иметь решения только отрицательных значений параметра $a \in (0; 2\sqrt{3})$ Причём всегда будет два симметричных решения, кроме случая когда $a = 2\sqrt{3}$ для этого значения a уравнение имеет одно решение $x = 0$. Это значение a легко получить подставив в уравнение вместо x число 0. Рассмотрим решение этого уравнения взяв вместо a какое-нибудь отрицательное число, например $a = \bar{3}$ по графику видно, что при этом значении a уравнение имеет два симметричных решения $x \approx \pm 2,5$ Точные решения можно найти решая алгебраически данное уравнение в каждом интервале $(0; \bar{3})$, $(\bar{3} - \infty)$ и соответственно $(0; 3)$, $(3; +\infty)$, каждый раз учитывая знак подкоренного выражения и соответственно корня. Проведя необходимые преобразования получим $x^2 = \frac{27}{4}$ и $x^2 = \frac{27}{4}$ откуда получаем два значения x , $x = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$ Подстановкой легко убедиться что оба решения удовлетворяют уравнению.
Подставим например положительное значение $x = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ получим, $\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} - 3} - \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} + 3} = \bar{3}$ откуда получим, $\sqrt{3\sqrt{3} - 6} - \sqrt{3\sqrt{3} + 6} = 2\sqrt{3}$ В левой части вынесем знак минус перед скобками, тогда выражение в скобках будет положительно, $-(\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} + \sqrt{3\sqrt{3} + 6}) = 3\sqrt{2}$, возведя обе части равенства в квадрат, получим, $-(6 - 3\sqrt{3} + 2 \cdot 3 + 3\sqrt{3} + 6) = \bar{18}$ откуда получаем $-(6 + 6 + 6) = \bar{18}$ является верным равенством. Можно вычислить приближённое значение беря вместо точного значения x его приближённое значение $x \approx 2,598$

Иррациональные уравнения

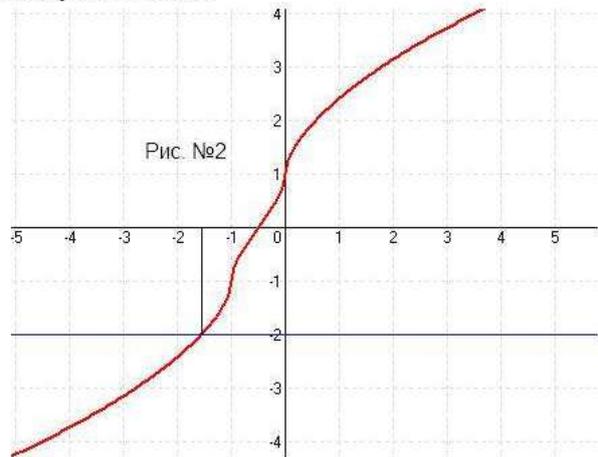
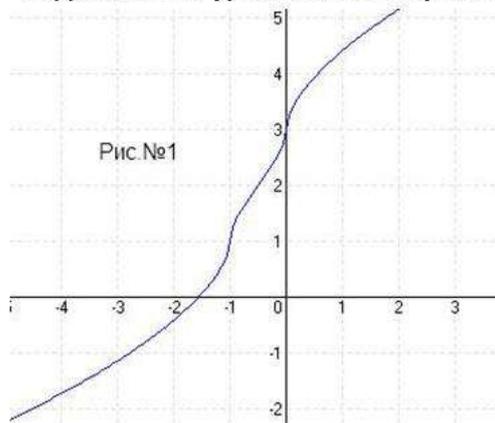
- Если решать уравнение $\sqrt{x-3} - \sqrt{x+3} = 3$ по правилам математики с правой асимметрией то данное уравнение будет иметь один корень $x = \frac{117}{36}$ или $x = 3,25$ который подставив в уравнение можно убедиться что он не является решением.
- Рассмотрим решение уравнения $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = 3$ в симметричной математике, в математике правой асимметрии данное уравнение заведомо решений не имеет, так как квадратный корень может принимать только положительные значения. В симметричной математике где таких ограничений нет, данное уравнение может иметь решения. Построив график функции $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{x+3}$ видно что уравнение
- $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = a$ будет всегда иметь одно решение при любых значениях a .
- По графику видно что решением уравнения $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = 3$ является число немного больше 3 (говоря больше, имеем в виду абсолютное значение), попробуем найти его точное значение. Для нахождения точного значения нужно преобразовать начальное уравнение, возводя обе части в квадрат. Выполнив эти действия и приводя подобные получим $36x = 117$ откуда находим, что $x = 3,25$ сделаем проверку подставив полученное значение в начальное уравнение $\sqrt{3,25-3} + \sqrt{3,25+3} = \sqrt{0,25} + \sqrt{6,25} = 0,5 + 2,5 = 3$ таким образом получили верное равенство.
- Хочется отметить что в математике построенной на правой асимметрии решения будут у уравнения $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = 3$ где в правой части вместо отрицательного числа стоит положительное число. Решая его найдём единственный корень $x = 3,25$, подставляя который в уравнение убедимся, что он является решением. Как видим в математике с правой асимметрией уравнение $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+3} = a$ имеет решения только для положительных значений a , в то время как в симметричной математике присутствует и нижняя часть графика

Иррациональные уравнения



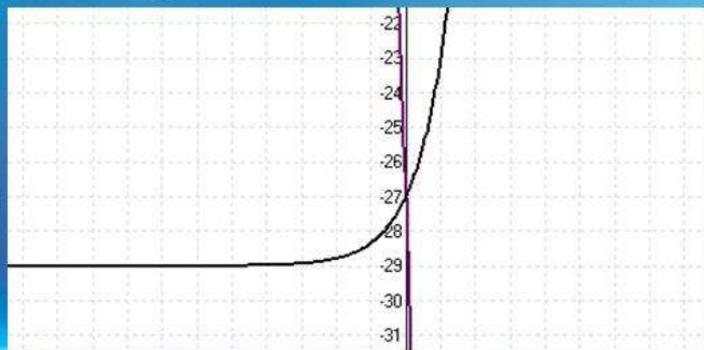
Иррациональные уравнения

- Рассмотрим решение уравнения $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 2$. Данное уравнение можно решать графически, например построив график функции $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$ и найдя точки пересечения графика с осью Ox . Такое решение представлено на рис. №1. Можно построить графики функций $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ и $y = 2$ и найти абсциссу пересечения графиков. Такое решение представлено на рис. №2. Решая, алгебраически найдём точное решение уравнения $x = \frac{25}{16} = 1,5625$, которое подставляя в уравнение получим верное равенство.



Пример решения показательного уравнения с отрицательным основанием

- Решите показательное уравнение:
- $\bar{3}^{x+3} + \bar{2} \cdot \bar{3}^x = \bar{29}$
- $\bar{3}^x (\bar{3}^3 + \bar{2} \cdot \bar{1}) = \bar{29}$
- $\bar{3}^x \cdot \bar{29} = \bar{29}, \bar{3}^x = \bar{1}, x = 0$
- Проверка: $\bar{3}^{0+3} + \bar{2} \cdot \bar{3}^0 = \bar{27} + \bar{2} = \bar{29}$
- Данное уравнение эквивалентно уравнению:
- $(\bar{3})^{x+3} - 2 \cdot (\bar{3})^x = \bar{29}$
- На рисунке дана графическая иллюстрация решения данного уравнения

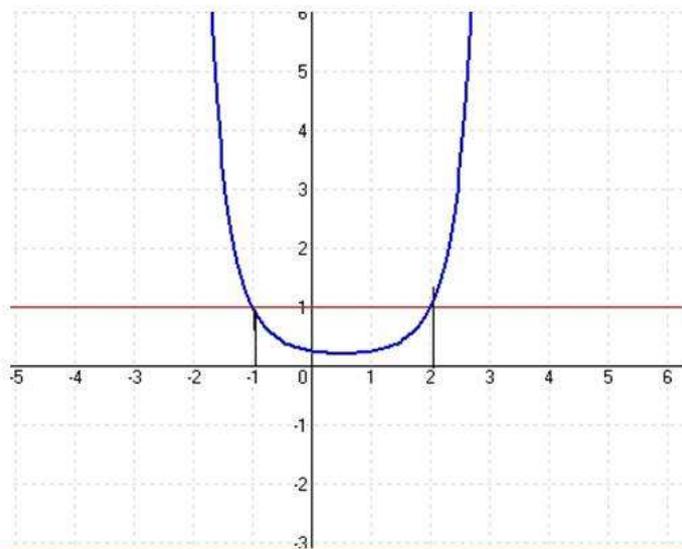


Пример решения показательного уравнения с отрицательным основанием

- Решите показательное уравнение:
- $\bar{2}^{x^2-11} = \bar{4}$
- $\bar{2}^{x^2-11} = \bar{2}^2$
- $x^2 - 11 = 2$
- $x^2 = 9$
- $x = 3$
- Подставляя данное значение в уравнение, легко убедиться что оно является решением.
- Напоминаю, что в симметричной математике уравнение вида $x^n = a$ при $a \in N$ и $a \in R$ имеет всегда одно решение $x = \sqrt[n]{a}$
- Я, пока не рассматриваю решение логарифмических уравнений и неравенств. Преобразовывая логарифмические выражения, необходимо иметь ввиду, что верно следующее равенство: $\log_{\bar{a}} b = \log_a b$

Показательные уравнения

- Рассмотрим ещё одно решение простейшего показательного уравнения : $2^{(x-2)(x+1)} = 1$ В математике правой асимметрии решением этого уравнения будут числа $\bar{1}$ и 2 , так как при этих значениях переменной показатель степени будет равен нулю, а 2 в нулевой степени равно 1 . графическая иллюстрация решения этого уравнения представлена на нижнем рисунке.



Показательные уравнения

- Совершенно иначе будет выглядеть графическое решение этого уравнения на в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Необходимо учитывать что тогда знак произведения определяет первый левосторонний множитель , для всех остальных множителей важна только их абсолютная величина. Поэтому в симметричной математике данное уравнение будет равносильно уравнению $2^{(x-2)|x+1|} = 1$ в математике с правой асимметрией. И хотя решения будут те же $\bar{1}$ и 2 , но график будет выглядеть совершенно иначе. Графическое решение уравнения $2^{(x-2)(x+1)} = 1$ в симметричной математике представлено на нижнем рисунке №2.

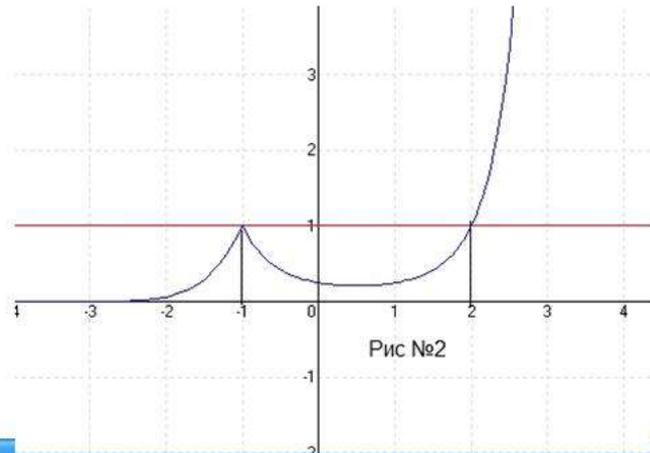


Рис №2

Показательные уравнения

- Можно рассмотреть и решение уравнения $2^{(x-2)(x+1)} = \bar{1}$ Оно будет иметь те же решения $\bar{1}$ и 2 , но график будет выглядеть иначе. Он будет симметричен графику представленному на рис. №2 относительно оси Ох. Смотрите рисунок №3. Откладывая на оси Ох антиподные числа можно получить решения уравнений $2^{(x-2)(x+1)} = 1$ и $2^{(x-2)(x+1)} = \bar{1}$ рисунок останется тем же что и №2

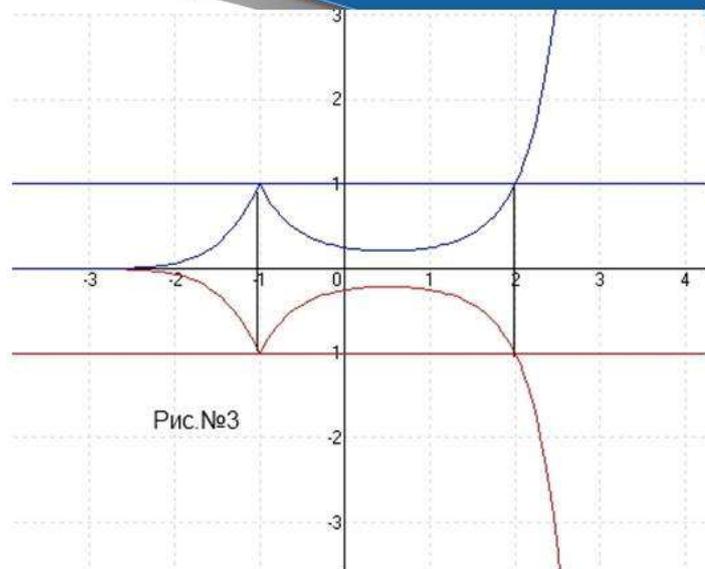
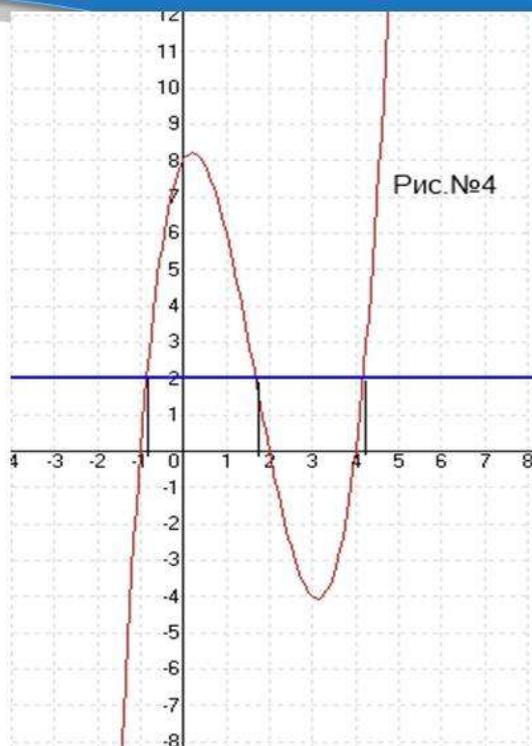


Рис.№3

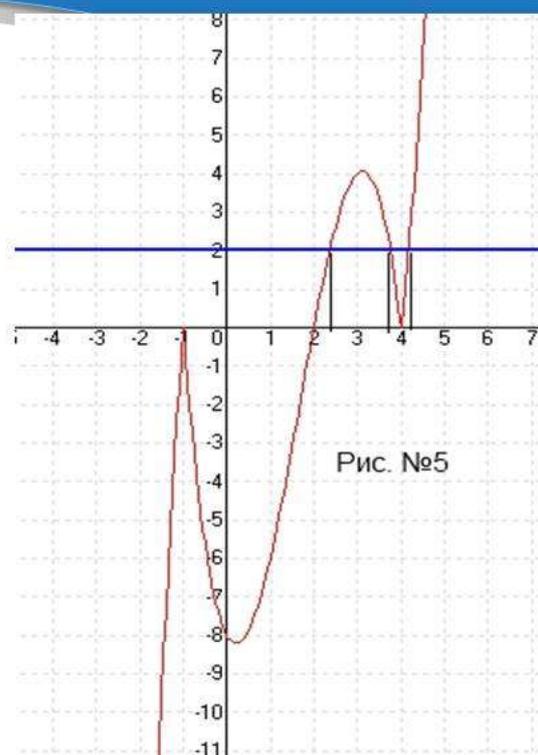
Алгебраические уравнения

- Совершенно разные решения будут иметь алгебраические уравнения в математике с правой асимметрией и симметричной математике. Рассмотрим конкретный пример решим графически уравнение:
 $(x - 2)(x + 1)(x - 4) = 4$
- Решение этого уравнения в математике с правой асимметрией представлено на рис.№4 По рисунку видно, что уравнение имеет три решения $x_1 \approx 0,9$, $x_2 \approx 1,8$ и $x_3 \approx 4,1$ подставляя значения в уравнение можно убедиться, что это действительно решения уравнения.



Алгебраические уравнения

- Это же уравнение в симметричной математике, будет иметь другие решения. Это связано с тем что знак произведения определяет только первый множитель. Решение этого уравнения в симметричной математике представлено на рис.№5 По рисунку видно, что уравнение имеет три решения $x_1 \approx 2,37$, $x_2 \approx 3,8$ и $x_3 \approx 4,1$ подставляя значения в уравнение можно убедиться, что это действительно решения уравнения. Подставим например первое значение
 $(2,37 - 2)(2,37 + 1)(2,37 - 4) = 0,37 \cdot 3,37 \cdot 1,63 \approx 2,032 \approx 2$



Алгебраические уравнения

- Рассмотрим нахождение корней многочлена n -ной степени $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_n$ если все коэффициенты положительные числа то уравнение $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ не будет иметь решений. График будет представлять параболу, ветви которой будут направлены вверх и координаты вершины которой будут $(0; a_n)$. Если же коэффициент a_n будет отрицательным числом то, уравнение будет иметь два корня – один положительный и другой отрицательный (противоположные числа) так как парабола пересечёт ось Ox в двух точках. Уравнение $a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ всегда будет иметь чётное количество корней, которые будут являться взаимно обратными числами. Для нахождения их достаточно найти только положительные корни, а затем добавить отрицательные корни (противоположные числа).
- Причём следует учитывать, что говоря о коэффициентах надо иметь в виду в и коэффициент 1, то есть x^n и $1 * x^n$ это совершенно разные выражения.
- Рассмотрим конкретные примеры. Найдём решения уравнения
- $4x^3 - 12x^2 - 25x + 75 = 0$ в математике с правой асимметрией данное уравнение имеет три решения $x = 3, x = 2,5$ и $x = \bar{2},5$ график этой функции представлен ниже на рис.6 он пересекает ось Oy в точке $(0; 75)$. Это же уравнение в математике построенной на симметричной основе имеет четыре решения $x = 3, x = 2,5, x = \bar{2},5$ и $x = \bar{3}$ в чём легко убедится подставляя значения в уравнение. Например, при $x = \bar{3}$ получим $4x^3 - 12x^2 - 25x + 75 = 108 - 108 - 75 + 75 = 0$
- График функции $y = 4x^3 - 12x^2 - 25x + 75$ построенный по правилам симметричной математики представлен на рис.7

Алгебраические уравнения

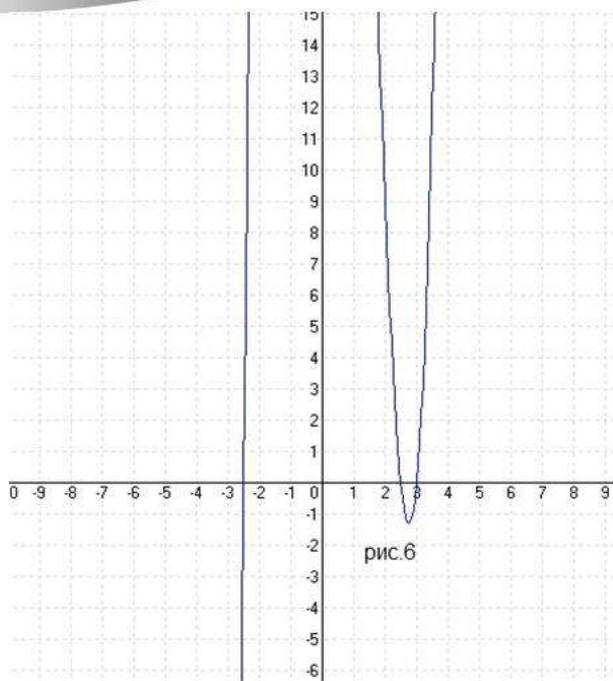


рис.6

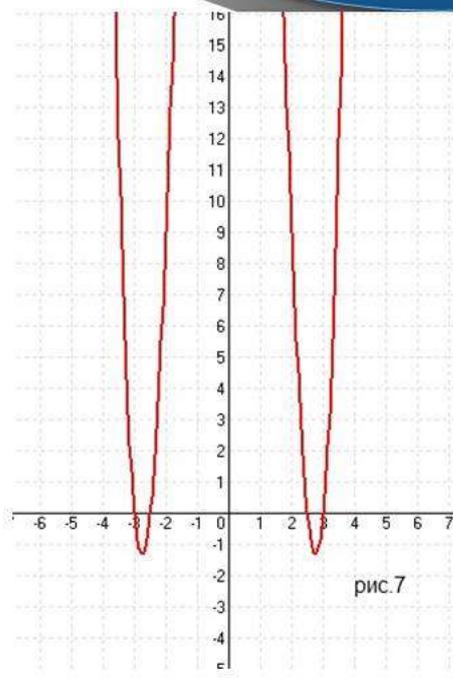
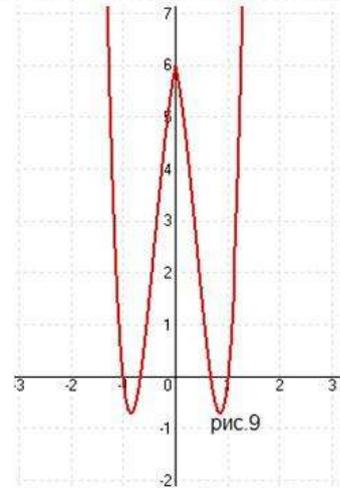
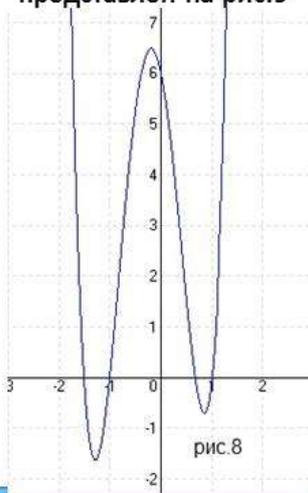


рис.7

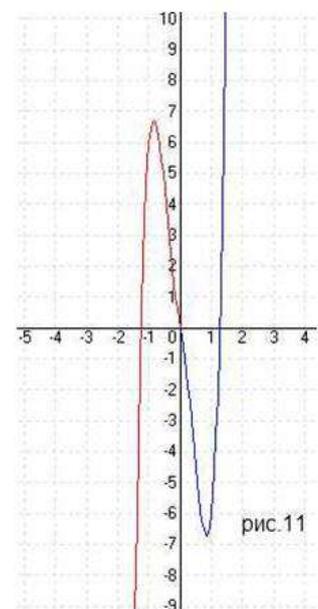
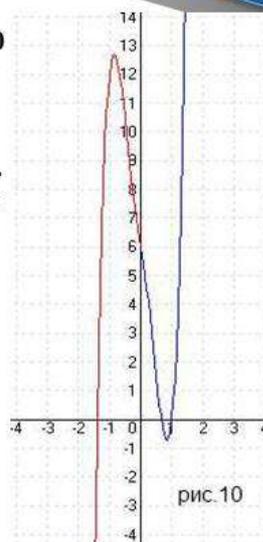
Алгебраические уравнения

- Рассмотрим решение уравнения $6x^4 + 5x^3 - 12x^2 - 5x + 6 = 0$ в математике с правой асимметрией данное уравнение имеет четыре решения
- $x = 1$, $x = \bar{1}$, $x = \frac{2}{3}$ и $x = \overline{1,5}$ график этой функции представлен ниже на рис.8 он пересекает ось Oy в точке (0:6). Это же уравнение в математике построенной на симметричной основе имеет тоже четыре решения $x = 1, x = \frac{2}{3}, x = \bar{1}$ и $x = \overline{\left(\frac{2}{3}\right)}$ в чём легко убедится подставляя значения в уравнение. График функции
- $y = 6x^4 + 5x^3 - 12x^2 - 5x + 6$ построенный по правилам симметричной математики представлен на рис.9



Алгебраические уравнения

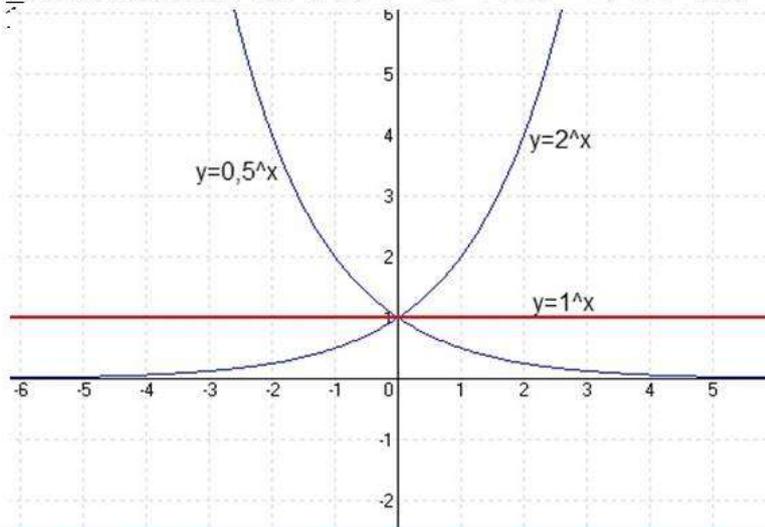
- Интересно рассмотреть решение уравнения $6x^4 + 5x^3 - 12x^2 - 5x + 6 = 0$ когда числовые коэффициенты будут все правосторонними, то есть уравнение вида $x^4 6 + x^3 5 - x^2 12 - x 5 + 6 = 0$ График этого уравнения изображён на рисунке 10. как видно из рисунка уравнение имеет три решения положительные корни остались те же самые $x = 1, x = \frac{2}{3}$ и один отрицательный корень $x \approx \bar{1,4}$. График данной функции представляет из себя график нечётной функции $y = x^4 6 + 5x^3 - x^2 12 - x 5$ (изображенной на рис. 11) сдвинутый по оси Oy на 6 единиц вверх. Возможны разные варианты расположения (всего $2^4 = 16$) коэффициентов справа или слева от переменной величины.
- Поэтому возможно столько же графиков. Но как видим при расположении числовых коэффициентов слева функция будет чётная при расположении справа и при равенстве свободного члена 0 функция будет нечётная.



Основные принципы симметричной математики

А. Мезенцев

- Рассмотрим свойства и графики показательных функций, основываясь на принципах симметричной математики. Показательная функция, это функция вида $y = a^x$, где $x \in \mathbb{R}$ и $a \in \mathbb{R}$ (в математике с правой асимметрией показательная функция рассматривается только при $a > 0$ и чаще всего при $a \neq 1$). Рассмотрим пять случаев: $0 < a < 1$, $a = 1$, $a > 1$, $0 < a < \bar{1}$, $a = \bar{1}$ и $a > \bar{1}$.



Графики показательной функции: $y = a^x$ при $0 < a < 1$, $a = 1$, $a > 1$ в симметричной математике

На рисунке выше были изображены графики показательной функции при положительном основании:

$$a = 0,5, a = 2 \text{ и } a = 1$$

Из графиков видно, что при $a = 0,5$, функция возрастает на промежутке

$[0; -\infty]$ от 1 до $+\infty$ и убывает на промежутке $[0; +\infty]$ от 1 до 0.

При $a \rightarrow 1$ слева График функции трансформируется в прямую $y = 1$

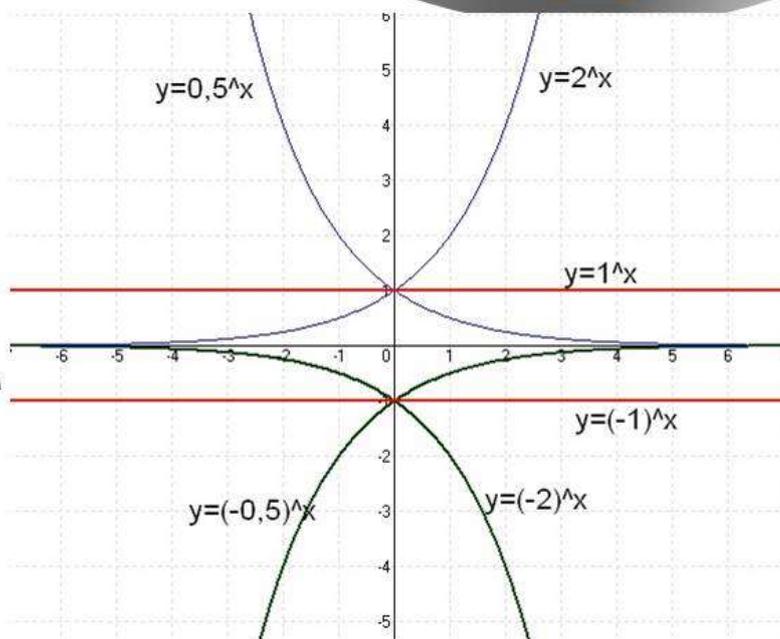
При основании $a = 1$ значение функции равно 1.

При основании $a = 2$ на промежутке $[0; -\infty]$ функция убывает от 1 до 0 и возрастает от 1 до $+\infty$ на промежутке $[0; +\infty]$. При

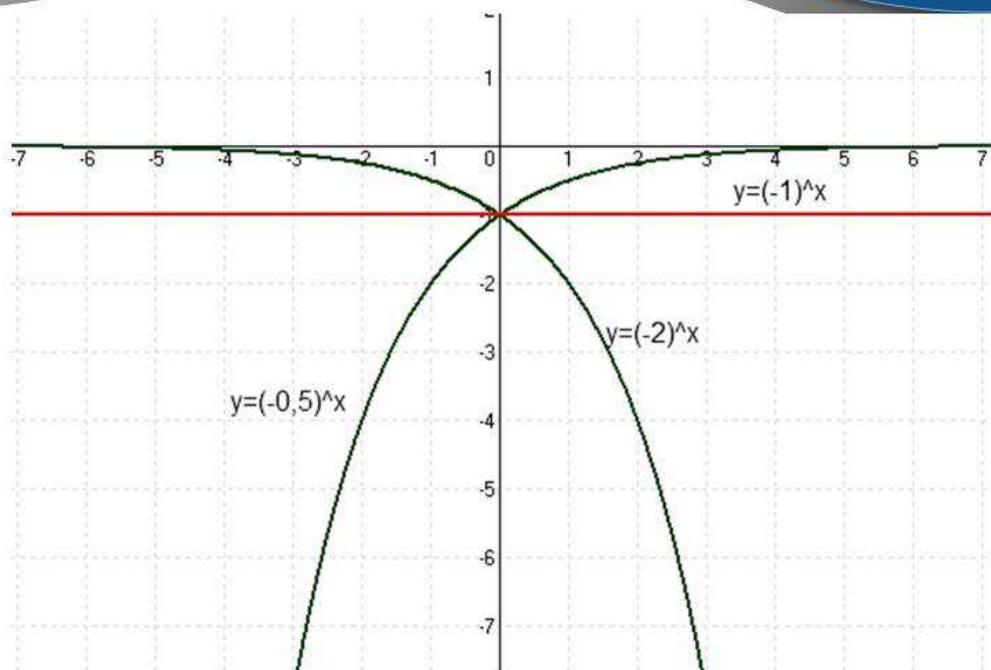
$a \rightarrow 1$ справа График функции трансформируется в прямую $y = 1$.

Графики показательной функции: $y = a^x$ при $a = \bar{2}$, $a = \bar{1}$, $a = \bar{0,5}$, $a = 0,5$, $a = 1$ и $a = 2$, в симметричной математике

- Производная функции $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ при
- $a > 1$ и
- $\ln a \cdot a^x$ при $0 < a < 1$
- Порядок множителей в симметричной математике важен, так как от него зависит знак произведения, а значит и возрастание или убывание функции.
- Аналогично при отрицательном показателе и учитывая,
- что $\log_{\bar{e}} \bar{a} = \ln a$
- получим $(\bar{a}^x)' = \bar{a}^x \cdot \ln a$ при $\bar{a} > \bar{1}$ и $(\bar{a}^x)' = a^x \cdot \ln a$ при $0 < a < \bar{1}$



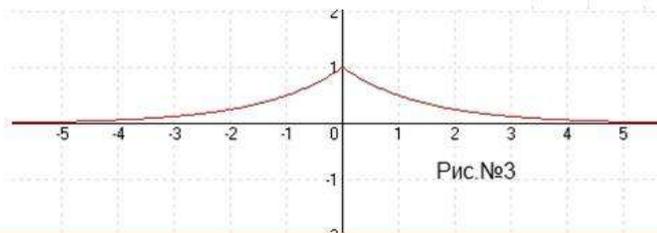
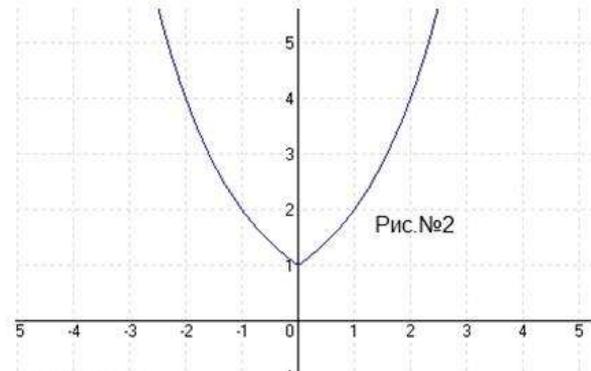
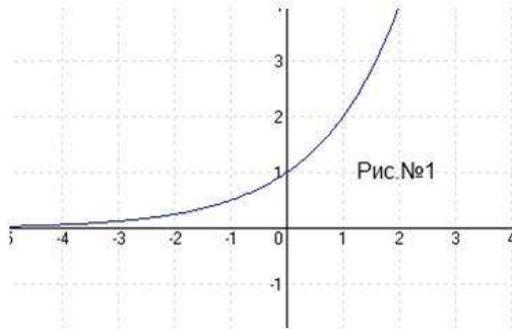
Графики показательной функции: $y = a^x$ при $0 < a < \bar{1}$, $a = \bar{1}$, $a > \bar{1}$ в симметричной математике



Графики показательной функции:

$$y = 2^x, y = 2^{1-x} \text{ и } y = 2^{\bar{1}-x}$$

На рисунке №1 изображён график функции $y = 2^x$ на рисунке №2 график функции $y = 2^{1-x}$ и : на рисунке №3 график функции $y = 2^{\bar{1}-x}$



Графики показательной функции: $y = a^x$ при $0 < a < 1$, $a = 1$, $a > 1$ в симметричной математике

На рисунке выше были изображены графики показательной функции при отрицательном основании:

$$a = \overline{0,5}, a = \overline{2} \text{ и } a = \overline{1}$$

Из графиков видно, что при $a = \overline{0,5}$, функция возрастает на промежутке

$[0; -\infty]$ от $\overline{1}$ до $-\infty$ и убывает на промежутке $[0; +\infty]$ от $\overline{1}$ до 0 .

При $a \rightarrow \overline{1}$ справа график функции трансформируется в прямую $y = \overline{1}$

При основании $a = \overline{1}$ значение функции равно $\overline{1}$.

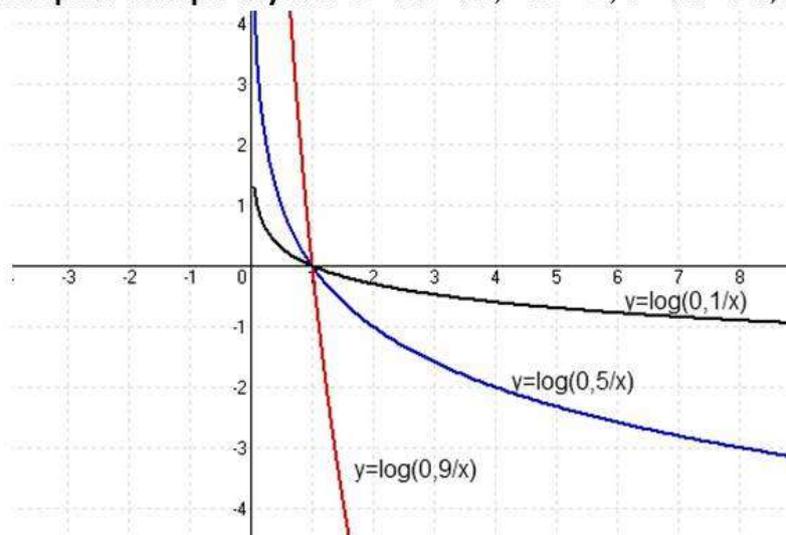
При основании $a = \overline{2}$ на промежутке $[0; -\infty]$ функция убывает от $\overline{1}$ до 0 и возрастает от $\overline{1}$ до $-\infty$ на промежутке $[0; +\infty]$. При $a \rightarrow \overline{1}$ слева график функции трансформируется в прямую $y = \overline{1}$

Как видим свойства функций при $|a| < 1$ и при $|a| > 1$ идентичны. Только в одном случае фигурирует число $\overline{1}$, а в другом число $\overline{1}$

Основные принципы симметричной математики

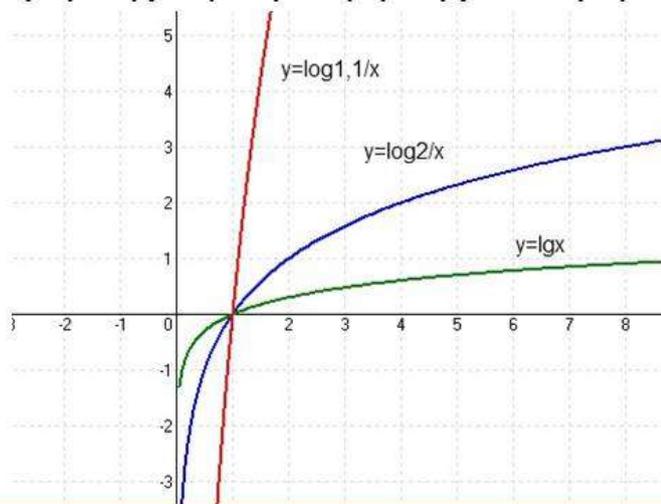
А. Мехоци

- Рассмотрим свойства и графики логарифмической функции, основываясь на принципах симметричной математики. Логарифмическая функция, это функция вида $y = \log_a x$, где $x \in \mathbb{R}$ и $a \in \mathbb{R}$, $|a| \neq 1$ и $a \neq 0$ (в математике с правой асимметрией логарифмическая функция рассматривается только при $a > 0$ и $a \neq 1$). Рассмотрим четыре случая: $0 < a < 1$, $a > 1$, $0 < a < \bar{1}$, и $a > \bar{1}$.



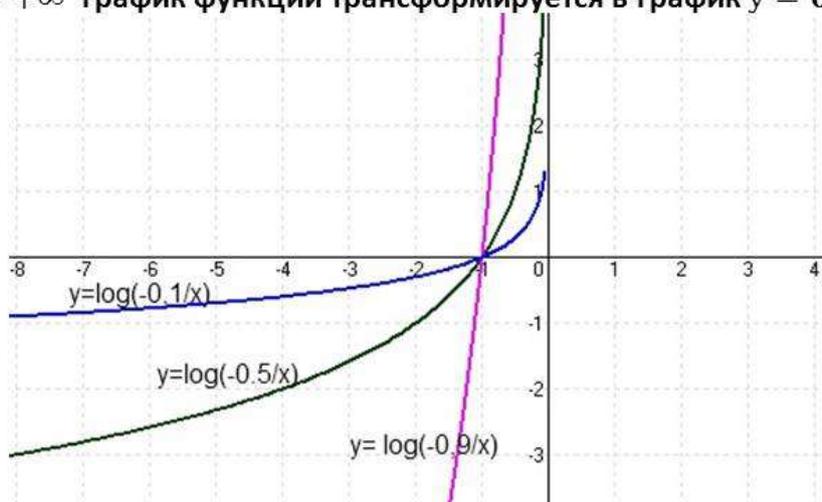
Графики логарифмической функции: $y = \log_a x$ при $0 < a < 1$, в симметричной математике

- На верхнем рисунке изображены графики логарифмической функции при $a = 0,1$; $a = 0,5$; $a = 0,9$
- По графику видно, что все функции на промежутке $(0; 1)$ убывают от $+\infty$ до 0 , а на промежутке $(1; \infty)$ возрастают от 0 до $-\infty$. При $a \rightarrow 1$ слева, график функции трансформируется в график функции $x = 1$. То есть $\lim_{a \rightarrow 1} (\log_a x) = 1$. При $a \rightarrow 0$ справа график функции трансформируется в график $y = 0$.



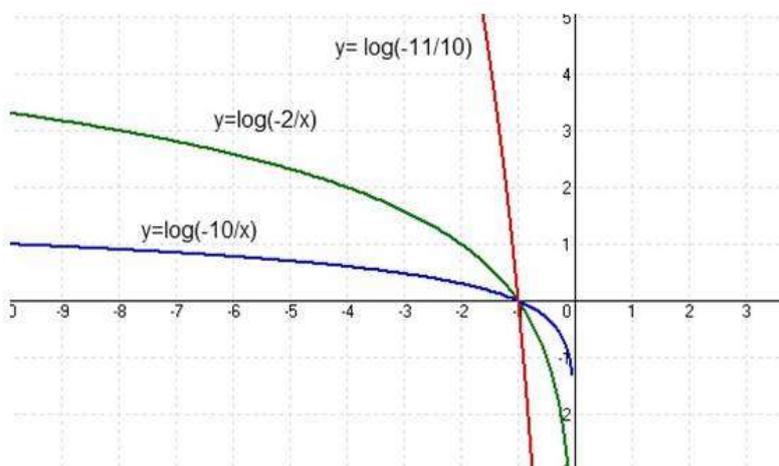
Графики логарифмической функции: $y = \log_a x$ при $a > 1$, в симметричной математике

- На верхнем рисунке изображены графики логарифмической функции при $a = 10$; $a = 2$; $a = 1,1$
- По графику видно, что все функции на промежутке $(0; 1)$ убывают от $-\infty$ до 0 , а на промежутке $(1; \infty)$ возрастают от 0 до $+\infty$. При $a \rightarrow 1$ справа, график функции трансформируется в график функции $x = 1$. То есть $\lim_{a \rightarrow 1} (\log_a x) = 1$. При $a \rightarrow +\infty$ график функции трансформируется в график $y = 0$.



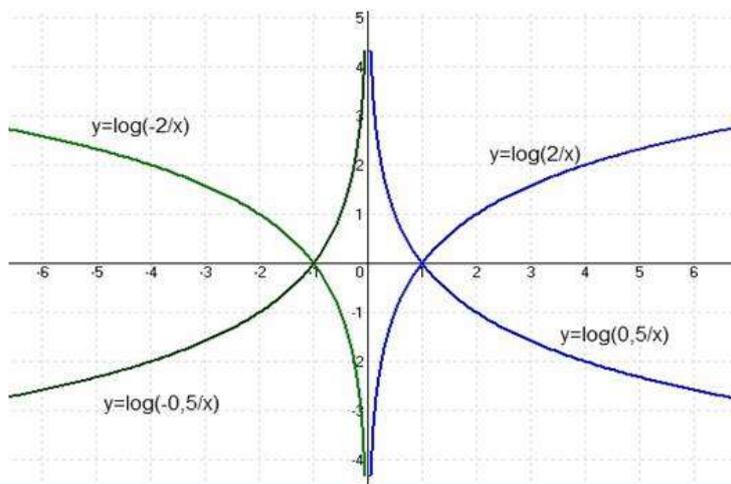
Графики логарифмической функции: $y = \log_a x$ при $0 < a < 1$, в симметричной математике

- На верхнем рисунке изображены графики логарифмической функции при $a = 0,1$; $a = 0,5$; $a = 0,9$
- По графику видно, что все функции на промежутке $(0; 1)$ убывают от $+\infty$ до 0 , а на промежутке $(1; -\infty)$ возрастают от 0 до $-\infty$. При $a \rightarrow 1$ справа, график функции трансформируется в график функции $x = 1$. То есть $\lim_{a \rightarrow 1} (\log_a x) = 1$. При $a \rightarrow 0$ график функции трансформируется в график $y = 0$.



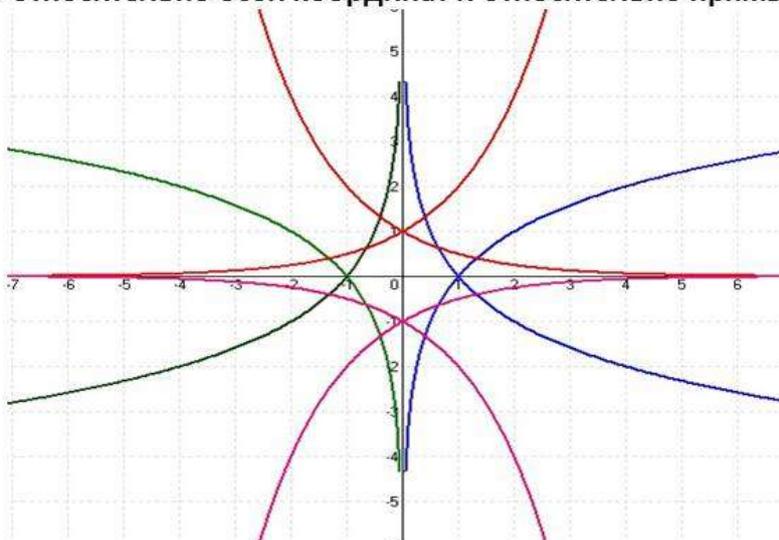
Графики логарифмической функции: $y = \log_a x$ при $a > 1$, в симметричной математике

- На верхнем рисунке изображены графики логарифмической функции при $a = 1,1$; $a = 2$; $a = 10$
- По графику видно, что все функции на промежутке $(0; \bar{1})$ убывают от $-\infty$ до 0 , а на промежутке $(1; +\infty)$ возрастают от 0 до $+\infty$. При $a \rightarrow \bar{1}$ слева, график функции трансформируется в график функции $x = \bar{1}$. То есть $\lim_{a \rightarrow 1} (\log_a x) = \bar{1}$. При $a \rightarrow -\infty$ график функции трансформируется в график $y = 0$.



Графики логарифмической функции: $y = \log_a x$ при $a > 1$, в симметричной математике

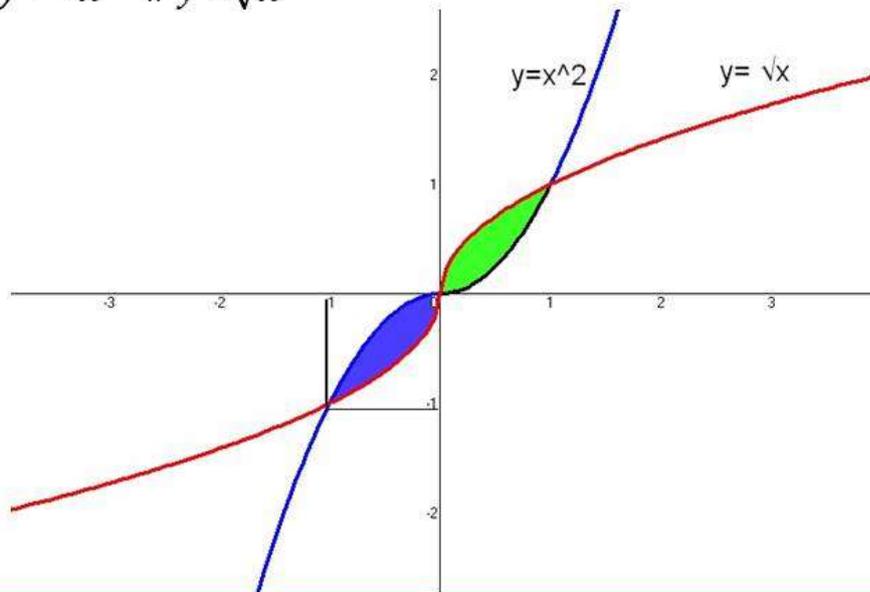
- На верхнем рисунке изображены графики логарифмической функции при $a = 0,5$; $a = 2$; $a = 0,5$, $a = 2$.
- На нижнем рисунке изображены графики этих же функций, совместно с графиками показательной функции при этих же основаниях. Налицо симметрия относительно осей координат и относительно прямых $y = x$ и $y = \bar{x}$



Основные принципы симметричной математики

А. Мехтиев

- В математике построенной на симметричной основе, в интегральном исчислении появляются новые возможности, связанные с расширением операции извлечения корней чётной степени в множестве действительных чисел. Рассмотрим конкретный пример: Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$



Вычисление площади фигуры ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$

- В математике с правой асимметрией это будет только верхняя часть, которая находится в первой четверти. В математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами, это будут две равновеликие фигуры. Вычислим площадь нижней фигуры.

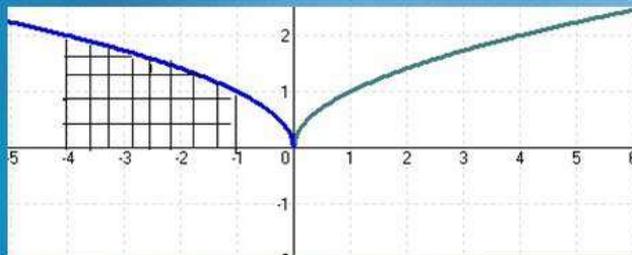
$$s = \int_0^{\bar{1}} \sqrt{x} dx - \int_0^{\bar{1}} x^2 = \frac{x\sqrt{x} * 2}{3} \Big|_0^{\bar{1}} - \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\bar{1}} = \frac{\bar{1}\sqrt{\bar{1}} * 2}{3} - \frac{\bar{1}^3}{3} = \left(\frac{\bar{2}}{3}\right) - \left(\frac{\bar{1}}{3}\right) = \left(\frac{\bar{1}}{3}\right)$$

- Верхняя часть фигуры вычисляется точно так же, только везде вместо $\bar{1}$ надо взять 1 и в ответе вместо $\left(\frac{\bar{1}}{3}\right)$ получим $\left(\frac{1}{3}\right)$, так как площадь фигуры будет расположена в первой четверти.
- Рассмотрим ещё один пример, который решается в математике построенной на симметричной основе.

Вычисление площади фигуры ограниченной линиями

$$y = 1 * \sqrt{x}, x = -1, x = -4$$

- Так как у нас имеется левостороннее умножение на положительную единицу, то функция $y = 1 * \sqrt{x}$, область которой все действительные числа, будет принимать только неотрицательные значения. Площадь которую надо вычислить заштрихована.



$$s = \int_{-1}^{-4} (1 * \sqrt{x}) dx = 1 * \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_{-1}^{-4} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

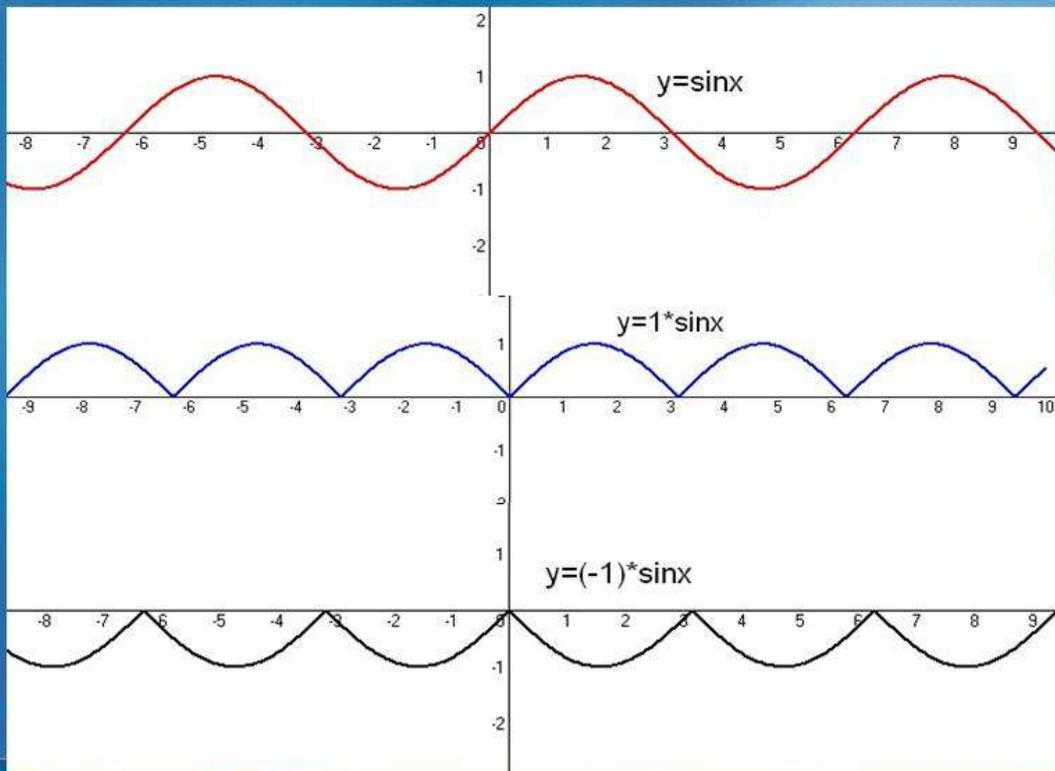
- Вычисление симметричной площади расположенной в правой части, будет выполнено следующим образом:

$$s = \int_1^4 (1 * \sqrt{x}) dx = 1 * \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

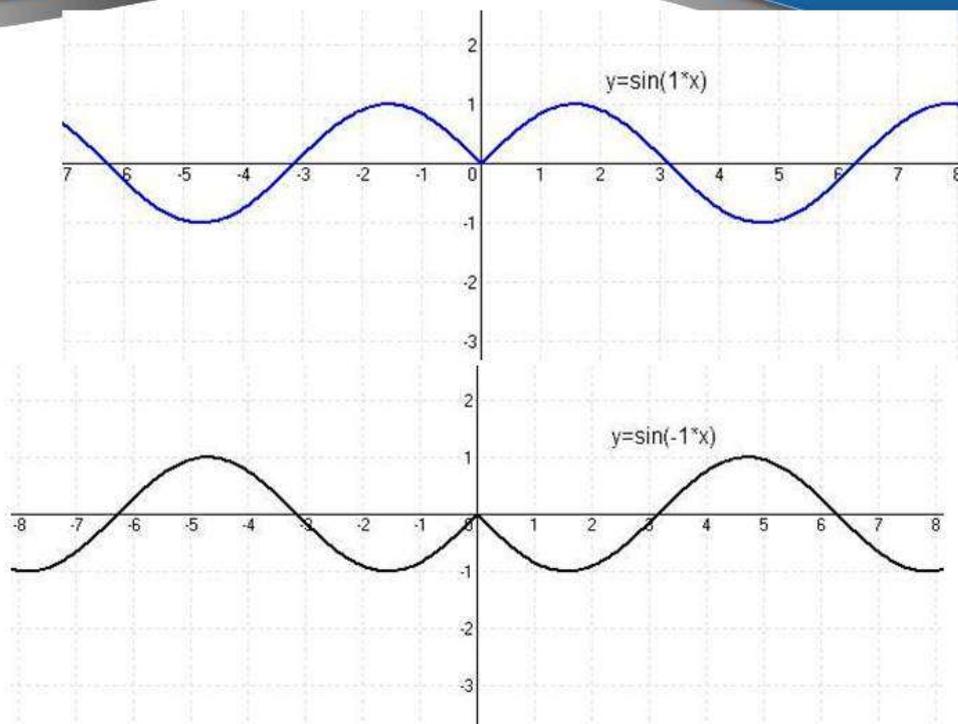
Немного тригонометрии

- В математике построенной на основе симметрии, коммутативность умножения выполняется только для чисел одного и того же знака. То есть $a \cdot b = b \cdot a$ это равенство верно если $a > 0$ и $b > 0$ или $a < 0$ и $b < 0$. В математике с правой асимметрией, для простоты было принята коммутативность и для чисел с разными знаками, что нарушило гармонию и равнозначность между положительными и отрицательными числами. В симметричной математике, если знаки чисел разные, то в произведении один множитель (по договорённости – левый) определяет и знак и величину, а второй множитель только величину и не оказывает влияния на знак произведения. Поэтому, например график функции $y = \sin x$ останется таким же как и в математике с правой асимметрией. Но график функции $y = 1 \cdot \sin x$ будет соответствовать графику $y = |\sin x|$, график функции $y = \bar{1} \cdot \sin x$ соответствовать графику $y = -|\sin x|$, график $y = \sin(1 \cdot x)$ графику $y = \sin|x|$, а график $y = \sin(\bar{1} \cdot x)$, графику $y = \sin(-|x|)$. В симметричной математике выражение $1 \cdot x$ это то же самое, что в математике правой асимметрии выражение $|x|$, а выражение $\bar{1} \cdot x$ будет соответствовать выражению $-|x|$

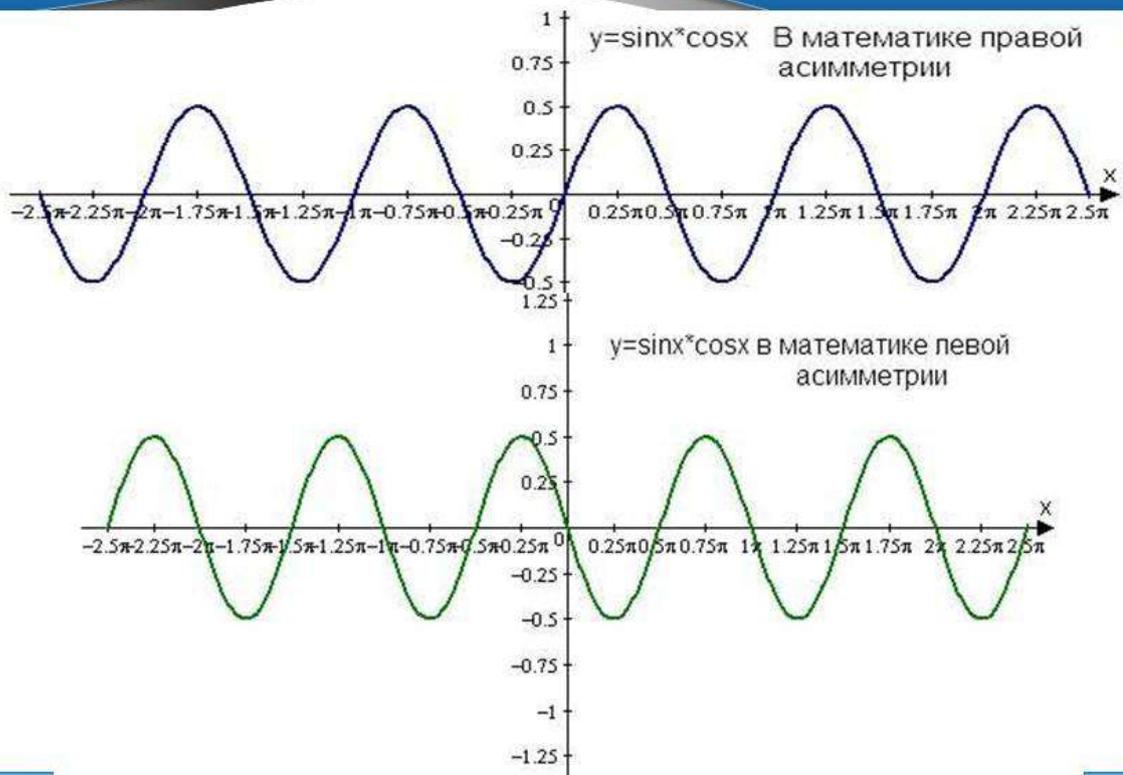
Графики функций $y=\sin x$, $y=1 \cdot \sin x$ и $y=\bar{1} \cdot \sin x$



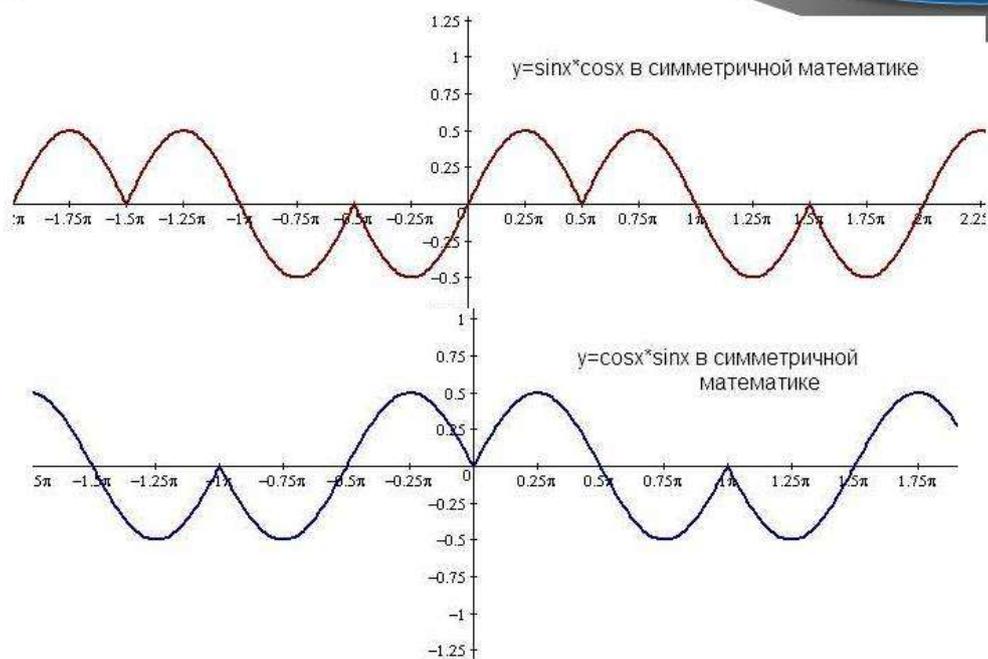
Графики функции $y = \sin(1 \cdot x)$ и $y = \sin(\bar{1} \cdot x)$



Графики функции $y = \sin x \cdot \cos x$ в математиках правой и левой асимметрии

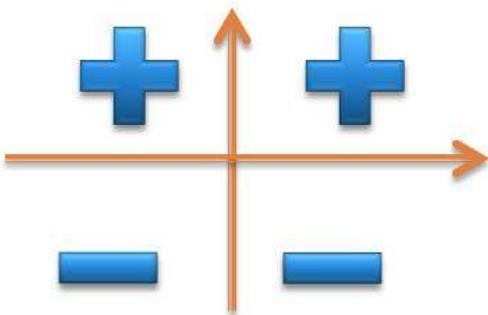


Графики функции $y = \sin x \cdot \cos x$ и $y = \cos x \cdot \sin x$ в симметричной математике

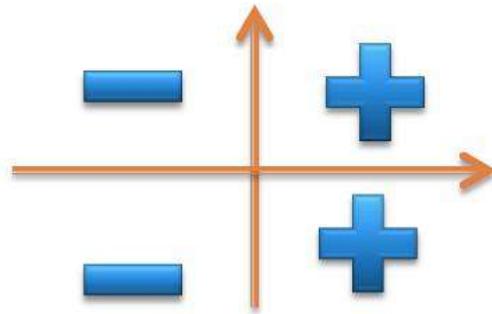


Графики функции $y = \operatorname{tg}x$ и $y = \operatorname{ctg}x$ в симметричной математике

- Для построения графиков функций $y = \operatorname{tg}x$ и $y = \operatorname{ctg}x$ определим знаки этих функций в каждой четверти, по правилам знаков при делении чисел в симметричной математике, учитывая знаки функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$



Знаки функции $y = \operatorname{tg}x$



Знаки функции $y = \operatorname{ctg}x$

Графики функции $y = \operatorname{tg}x$ и $y = \operatorname{ctg}x$ в симметричной математике

- Строим графики функций $y = \operatorname{tg}x$ и $y = \operatorname{ctg}x$

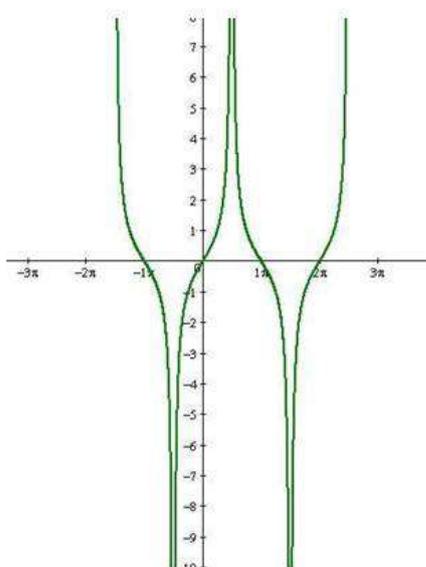


График функции $y = \operatorname{tg}x$

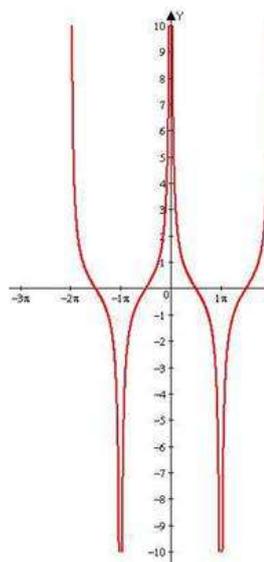


График функции $y = \operatorname{ctg}x$

Как видно из графиков, обе функции периодичные с периодом 2π . Причём функции $y = \operatorname{tg}x$ нечётная, а функция $y = \operatorname{ctg}x$ чётная. График одной функции получается путём смещения графика другой функции влево или вправо по оси Ox на $\pi/2$

Графики функции $y = \operatorname{cosec} x$ и $y = \sec x$ в симметричной математике

- Графики этих тригонометрических функций строятся, учитывая правила деления в симметричной математике

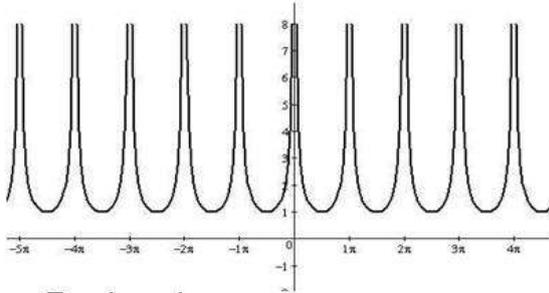


График функции $y = \operatorname{cosec} x$

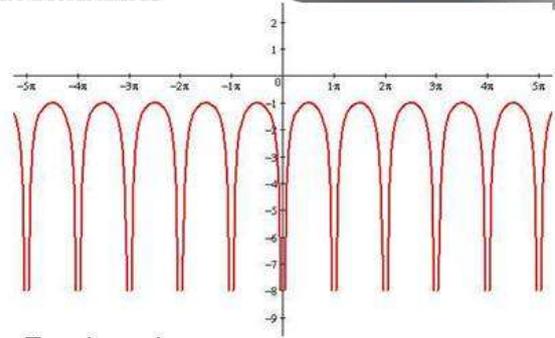


График функции $y = -\operatorname{cosec} x$

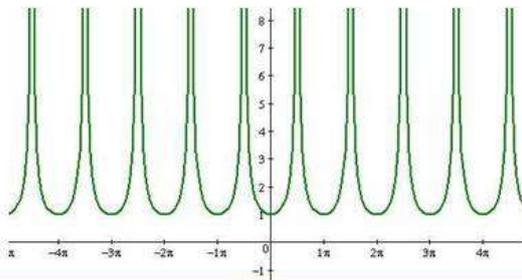


График функции $y = \sec x$

Как видим, все функции чётные, так как графики симметричны относительно оси OY

Графики функции $y = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x$ в симметричной математике

- Произведение $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ и $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x$ равно 1 или -1 в зависимости в какой четверти находится переменная x

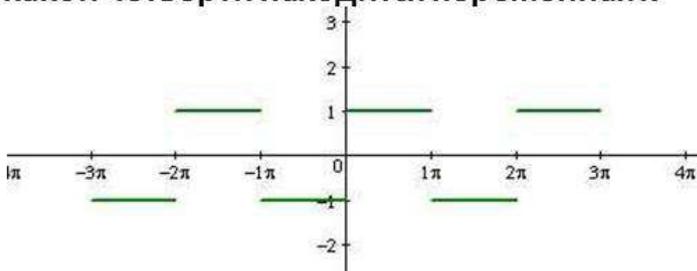


График функции $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$

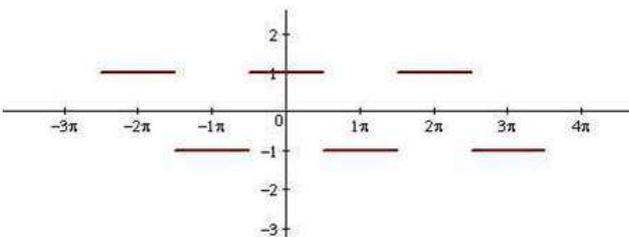
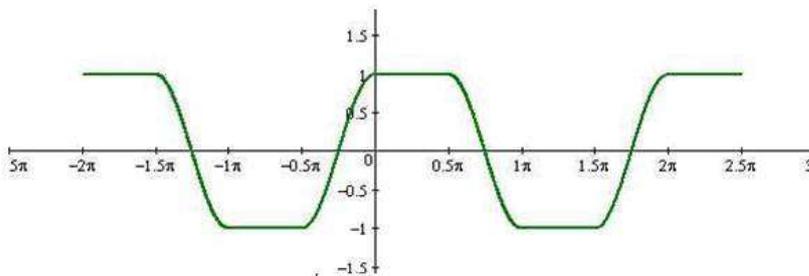


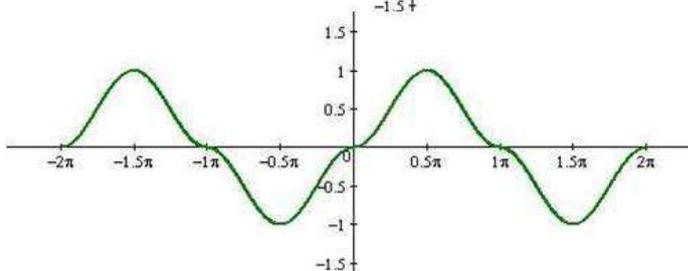
График функции $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} x$ Как видим график этой функции получают путём смещения первого графика по оси Ox на $\pi/2$

Графики функции $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ и $y = \sin^2 x$ в симметричной математике

- В математике правой асимметрии $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ так как квадрат числа всегда неотрицателен. В симметричной математике значение выражения $\sin^2 x + \cos^2 x$ будет зависеть от того в какой четверти находится x . График функции $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ изображён ниже.



Как видно из графика данная функция периодическая с периодом 2π и принимает значения от минус 1 до плюс 1



На этом рисунке изображён график функции $y = \sin^2 x$. Как видно из графика эта функция периодическая с периодом 2π и принимает значения от минус 1 до 1

Формулы тригонометрии в симметричной математике

- Учитывая основной постулат симметричной математики, связанный с произведением чисел, несколько видоизменяется запись тригонометрических формул. Например, формула $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ в симметричной математике примет вид: $1 \cdot \sin^2 x + 1 \cdot \cos^2 x = 1$.
- Для записи других формул необходимо учитывать в какой четверти находится аргумент, и место множителя в произведении, так как от этого будет зависеть и знак произведения. Рассмотрим конкретный пример на формуле $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. Если аргумент находится в первой четверти, где обе функции положительны, то эта формула будет верна. Так же эта формула будет верна и для третьей четверти, хоть там обе функции отрицательны, но учитывая, что производится левостороннее умножение на положительное число 2, то произведение будет положительно. Если аргумент x находится во второй четверти тогда произведение отрицательно и формула примет вид: $\sin 2x = \cos x \cdot \sin x \cdot 2$. И наконец, для четвёртой четверти формула примет вид: $\sin 2x = \sin x \cdot \cos x \cdot 2$.

Основные принципы симметричной математики

А. Мехнин

- Прежде чем ввести антипод нуля и антиподные числа, расширяя множество действительных чисел, хочется напомнить некоторые основные положения, относительно правил умножения положительных и отрицательных чисел. Возможны три варианта: первый вариант это -математика левосторонней асимметрии, в которой невозможно извлечение корней чётной степени из положительных чисел, второй вариант- это математика правосторонней асимметрии, в которой невозможно извлечение корней чётной степени из отрицательных чисел, и третий вариант это-- симметричная математика, где возможно извлечение корней чётной степени, как с положительных, так и с отрицательных чисел.
- В математике правосторонней асимметрии для компенсации асимметрии были введены комплексные числа. В принципе, это -просто другое обозначение $\sqrt{-1}$, выражение $\sqrt{-1}$ обозначили буквой i и назвали комплексным числом, замена одного обозначения другим, не является решением проблемы. Данная проблема могла быть решена только в рамках симметричной математики.
- В математике, построенной на симметричной основе, а то, что такую математику можно создать и это логически во многом оправдано, читатель может убедиться, прочитав материал изложенный выше, отпадает необходимость в комплексных числах, так как все действия возможны в множестве действительных чисел.
- В симметричной математике возникает возможность расширения множества действительных чисел путём введения антипода нуля и антиподных чисел.
- Так как введение антипода нуля и его свойства непосредственно связаны с действием возведения чисел в степень, то рассмотрим основные свойства степени в симметричной математике.

Правила действий со степенями

- Правила действия со степенями рассмотрим для отрицательного основания (для положительного основания все свойства рассмотрены в математике правой асимметрии). Для простоты числовые примеры рассмотрим для целых показателей степени.
- Формула 1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- Числовой пример №1. $\bar{2}^2 \cdot \bar{2}^3 = \bar{4} \cdot \bar{8} = \bar{32} = \bar{2}^5$.
- Числовой пример №2. $\bar{2}^0 \cdot \bar{2}^0 = \bar{1} \cdot \bar{1} = \bar{1} = \bar{2}^{0+0}$
- Как видим, в симметричной математике эта формула верна для отрицательного основания и натурального показателя степени и показателя степени равного нулю. Будем считать, что эта формула верна и для всех действительных чисел x и y
- Формула 2. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ ($a \neq 0$)
- Числовой пример №3. $\frac{\bar{2}^5}{\bar{2}^2} = \frac{\bar{32}}{\bar{4}} = \bar{8} = \bar{2}^3$ Формула верна, так как $\frac{\bar{2}^5}{\bar{2}^{5-2}} = \bar{2}^3$
- Числовой пример №4. $\frac{\bar{2}^0}{\bar{2}^0} = \frac{\bar{1}}{\bar{1}} = \bar{1} = \bar{2}^0$
- Вторая формула так же верна и для всех действительных чисел x и y

Правила действий со степенями

- Числовой пример №5. $\frac{2^4}{2^2} = 2^{4-2} = 2^2 = \left(\frac{1}{4}\right)$,
- Действительно, $\frac{2^4}{2^2} = \frac{\left(\frac{1}{16}\right)}{\left(\frac{1}{4}\right)} = \left(\frac{1}{4}\right)$
- Формула 3. $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
- Числовой пример №6. $(2^2)^3 = 4^3 = 64 = 2^6$
- Числовой пример №7. $(2^0)^0 = 1^0 = 1 = 2^0$
- Формула 4. $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$
- Числовой пример №8. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36 = 6^2$
- Числовой пример №9. $(2 \cdot 3)^0 = 2^0 \cdot 3^0 = 1 \cdot 1 = 1 = 6^0$
- Формула 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$ где $b \neq 0$
- Числовой пример №9. $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = \frac{6^2}{2^2} = \frac{36}{4} = 9 = 3^2$

Антипод нуля и его свойства

- После того, как в симметричной математике мы определили основные правила действий со степенями и убедились, что они верны для целых показателей, будем считать, что эти же формулы верны и для любых действительных показателей степени.
- Мы помним, что в симметричной математике верны следующие формулы возведения чисел в нулевую степень. $a^0 = 1$ если $a > 0^+$ и $a^0 = \bar{1}$ если $a > 0^-$. (В математике правой асимметрии эта запись соответствует записи $a < 0$). При таких условиях появляется возможность ввести антипод нуля (гиперноля) и антиподные числа. Антипод нуля будем обозначать греческой буквой тета, то есть θ . По определению, антипод нуля будет обладать противоположными нулю свойствами при возведении действительных чисел в степень. То есть, будут иметь место формулы: $a^\theta = \bar{1}$ если $a > 0^+$ ($a > 0^+$ так будем обозначать положительные числа)
- и $a^\theta = 1$ если $a > 0^-$ ($a > 0^-$ так будем обозначать отрицательные числа)
- Рассмотрим какими ещё свойствами будет обладать антипод нуля при данном определении.
- При $a > 0^+$, $(a^\theta)^\theta = \bar{1}^\theta = 1 = a^0$, вывод $\theta \cdot \theta = 0$
- При $a > 0^-$, $(a^\theta)^\theta = 1^\theta = \bar{1} = a^0$, вывод $\theta \cdot \theta = 0$
- Нетрудно доказать, что $\theta^{2n} = 0$ и $\theta^{2n+1} = \theta$

Антипод нуля и его свойства

- Рассмотрим другие свойства антипода нуля.
- При $a > 0$, $(a^k)^\theta = \bar{1}$ (по определению антипода нуля) и $(a^\theta)^k = \bar{1}^k = \bar{1} = a^\theta$
- вывод: $k \cdot \theta = \theta$ и $\theta \cdot k = \theta$ при $k \in R$
- При $a < 0$, $(a^k)^\theta = 1$ (по определению антипода нуля) и $(a^\theta)^k = 1^k = 1 = a^\theta$, вывод: $k \cdot \theta = \theta$ и $\theta \cdot k = \theta$ при $k \in R$
- При $a > 0$, $(a^0)^\theta = 1^\theta = \bar{1}$, Вывод: $0 \cdot \theta = \theta$
- При $a > 0$, $(a^\theta)^0 = \bar{1}^0 = \bar{1}$, Вывод: $\theta \cdot 0 = \theta$
- При $a < 0$, $(a^0)^\theta = \bar{1}^\theta = 1$, Вывод: $0 \cdot \theta = \theta$
- При $a < 0$, $(a^\theta)^0 = 1^0 = 1$, Вывод: $\theta \cdot 0 = \theta$
- При $a > 0$, $a^0 \cdot a^\theta = a^{0+\theta}$, с другой стороны $a^0 \cdot a^\theta = 1 \cdot \bar{1} = 1$, Вывод: $0 + \theta = 0$, нетрудно убедиться, что эта формула верна и для $a < 0$, легко так же доказать, что $\theta + 0 = \theta$

Антипод нуля и его свойства

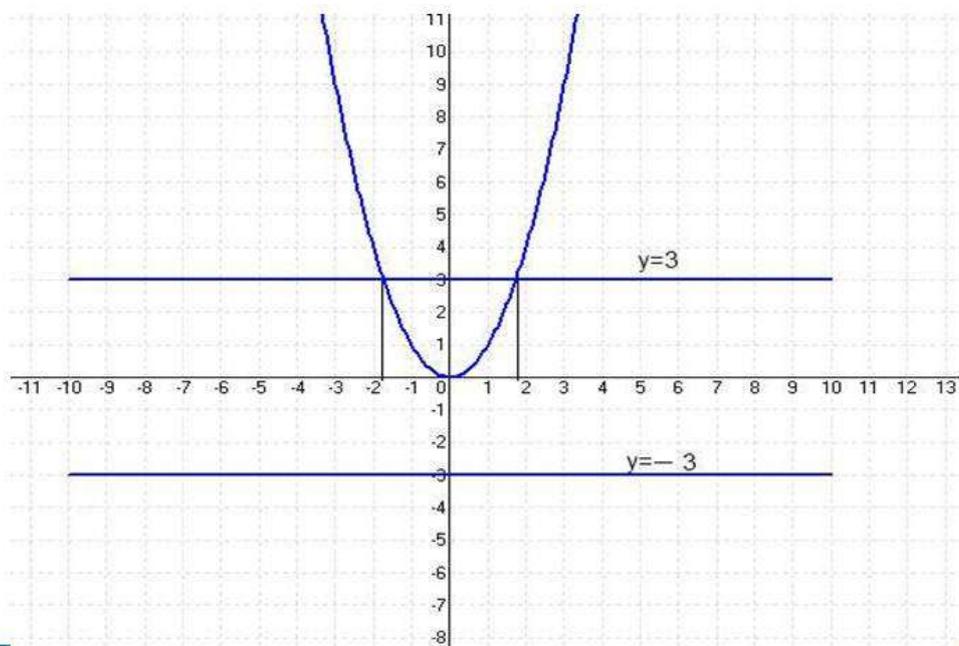
- Полагая, что $\frac{\bar{1}}{1} = \bar{1}$ и $\frac{1}{\bar{1}} = 1$ выведем формулы разности нуля и антипода нуля, рассмотрим все возможные случаи.
- 1. При $a > 0$, $\frac{a^0}{a^\theta} = \frac{1}{\bar{1}} = 1$ откуда следует, что $0 - \theta = 0$
- 2. При $a > 0$, $\frac{a^\theta}{a^0} = \frac{\bar{1}}{1} = \bar{1}$ откуда следует, что $\theta - 0 = \theta$
- 3. При $a < 0$, $\frac{a^0}{a^\theta} = \frac{1}{\bar{1}} = 1$ откуда следует, что $\theta - 0 = \theta$
- 4. При $a < 0$, $\frac{a^\theta}{a^0} = \frac{\bar{1}}{1} = \bar{1}$ откуда следует, что $0 - \theta = 0$
- Выводы: если при умножении всех действительных чисел на ноль всегда получаем ноль, то при умножении всех действительных чисел, в том числе и нуля, на гиперноль в результате всегда получаем гиперноль. Гиперноль возведенный в четную степень равен нулю, а в нечётной степени равен самому себе. К нулю прибавляя гиперноль, в результате получаем ноль, к гипернолю прибавляя ноль в результате получаем гиперноль. Из нуля вычитая гиперноль, получаем ноль и из гипернуля вычитая ноль, получаем гиперноль.

Антипод нуля и его свойства

- Рассмотрим решение двух простейших уравнений, $x^2 = 3$ и $x^2 = \bar{3}$. В математике с правой асимметрией первое уравнение имеет два решения $x = \sqrt{3}$ и $x = -\sqrt{3}$. Как мы уже убедились при решении практических задач отрицательный корень как правило не является решением (посторонний корень) так как в реальной жизни мы большей частью имеем дело с положительными числами. Второе уравнение в математике с правой асимметрией не имеет действительных решений и наоборот в математике с левой асимметрией первое уравнение не имеет решений а второе имеет два решения. В математике построенной на симметричной основе оба уравнения имеют по одному решению.
- Рассмотрим так же и решение уравнения вида $x^{\theta+2} = 3$ и $x^{\theta+2} = \bar{3}$. В данных примерах в показателе степени стоит антипод нуля. Вместо $\theta + 2$ можно написать $k \cdot \theta + 2$ или $\theta \cdot k + 2$, где k любое действительное число всё равно получим уравнение равносильное данному. Решения и комментарии всех уравнений предоставлены в графическом виде.

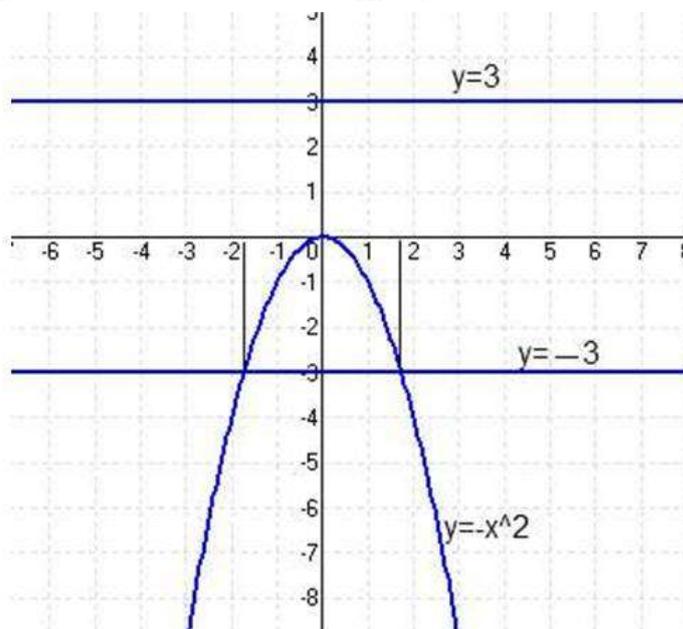
Антипод нуля и его свойства

- На рисунке представлено графическое решение уравнений в математике с правой асимметрией. Уравнение $x^2 = 3$ имеет два решения, а уравнение $x^2 = \bar{3}$ решений не имеет.



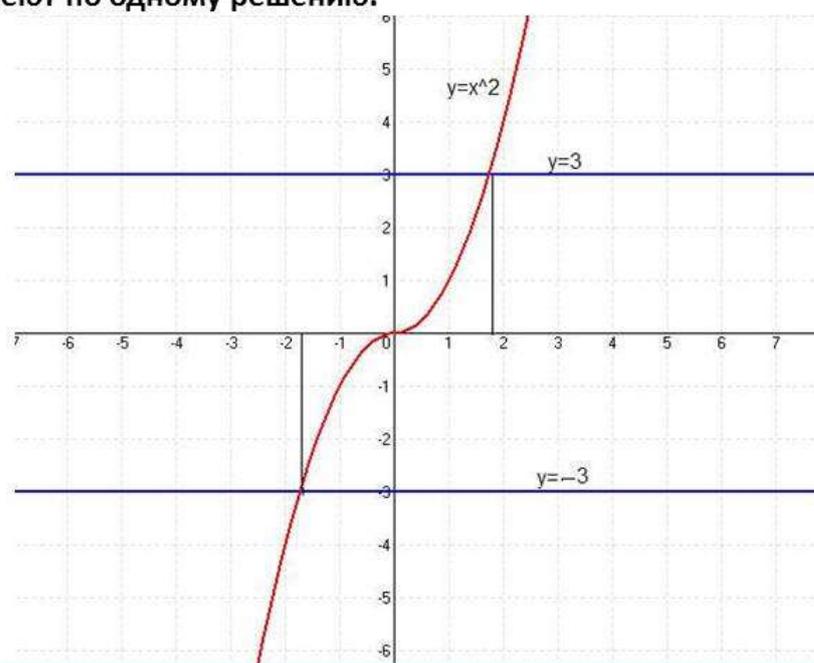
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений в математике с левой асимметрией. Уравнение $x^2 = 3$, решений не имеет, а уравнение $x^2 = \bar{3}$ имеет два решения.



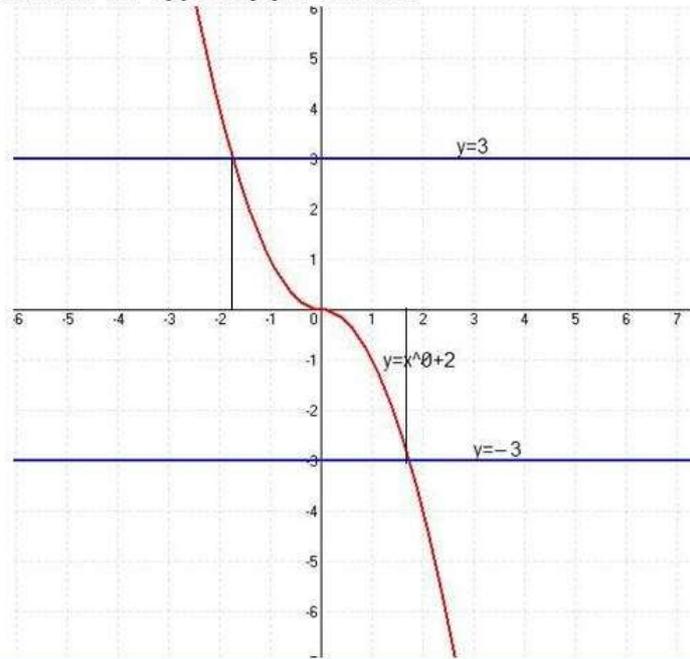
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Оба уравнения $x^2 = 3$, $x^2 = \bar{3}$ имеют по одному решению.



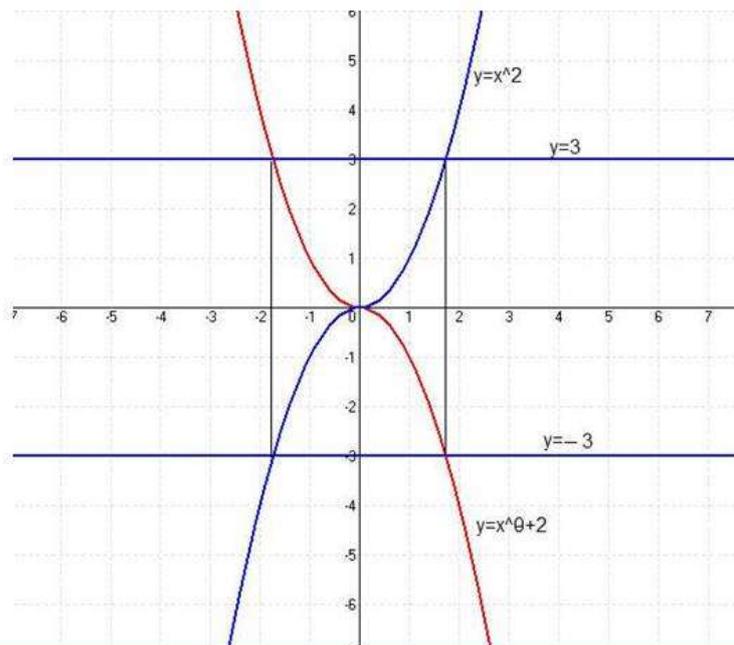
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений $x^{\theta+2} = 3$ и $x^{\theta+2} = \bar{3}$ в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Как видим оба уравнения имеют по одному решению.



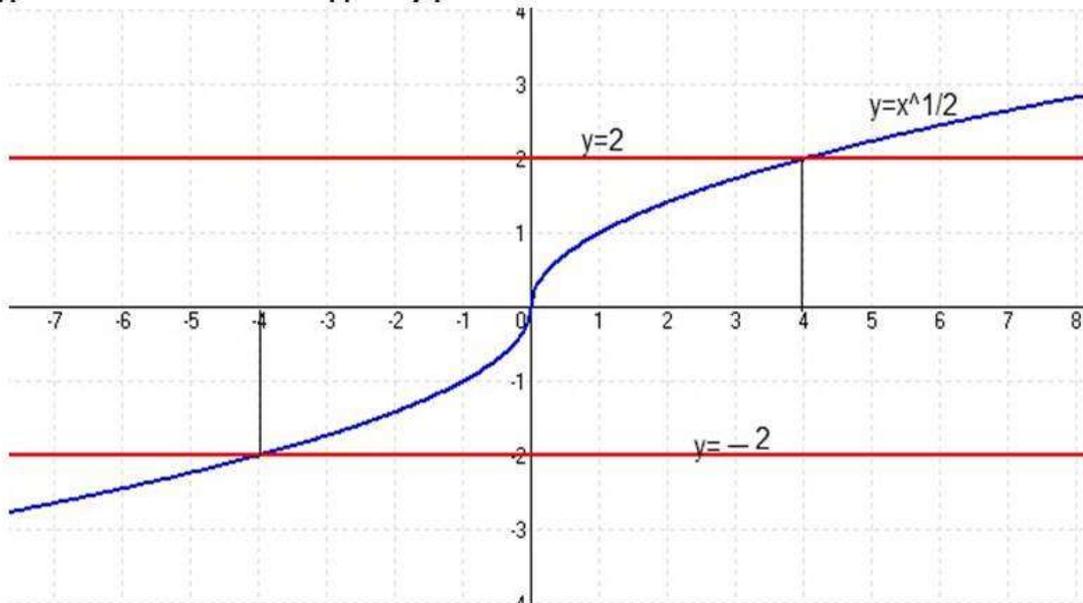
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений $x^{\theta+2} = 3$, $x^{\theta+2} = \bar{3}$ и $x^2 = 3$, $x^2 = \bar{3}$ в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Как видим оба уравнения имеют по одному решению.



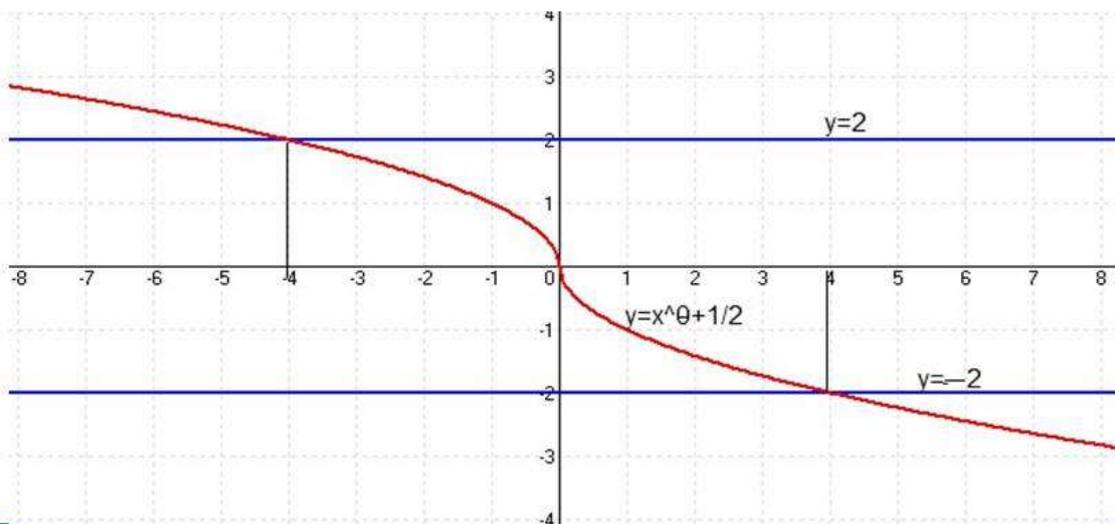
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений $\sqrt{x} = 2$ и $\sqrt{x} = \bar{2}$ в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Как видим оба уравнения имеют по одному решению $x = 4$ и $x = \bar{4}$



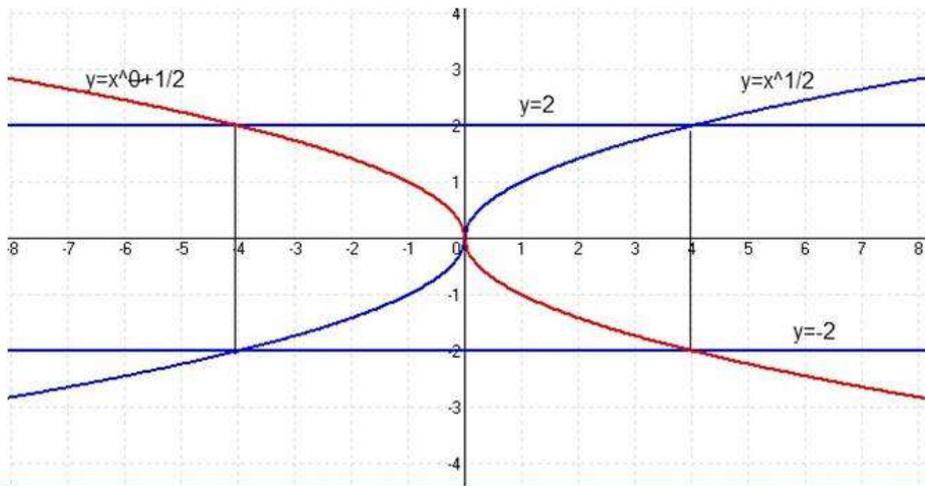
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений корень квадратный с гипернулём $x^{\theta+1/2} = 2$ и $x^{\theta+1/2} = \bar{2}$ в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Как видим оба уравнения имеют по одному решению первое $x = \bar{4}$ и второе $x = 4$, то есть противоположные тем значениям, когда имеет место корень квадратный с простым нулём, то есть x в степени $0+1/2$ (пишется просто $\frac{1}{2}$)



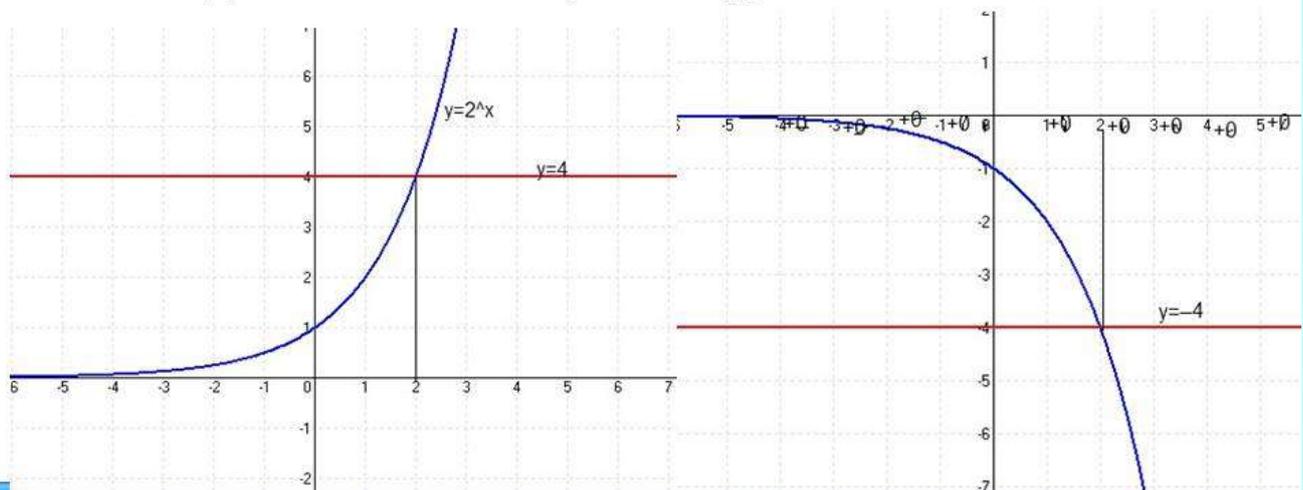
Антипод нуля и его свойства

- На нижнем рисунке представлено графическое решение уравнений корень квадратный с гипернулём $x^{\theta+1/2} = 2$ и $x^{\theta+1/2} = \bar{2}$ и просто корень квадратный в математике построенной на основе симметрии между положительными и отрицательными числами. Как видим оба уравнения имеют по одному решению. Уравнение $\sqrt{x} = 2$ имеет решение $x=4$, уравнение $\sqrt{x} = \bar{2}$ имеет решение $x = \bar{4}$, уравнение $^{\theta+1/2}\sqrt{x} = 2$ имеет решение $x = \bar{4}$, а уравнение $^{\theta+1/2}\sqrt{x} = \bar{2}$ имеет решение $x=4$.



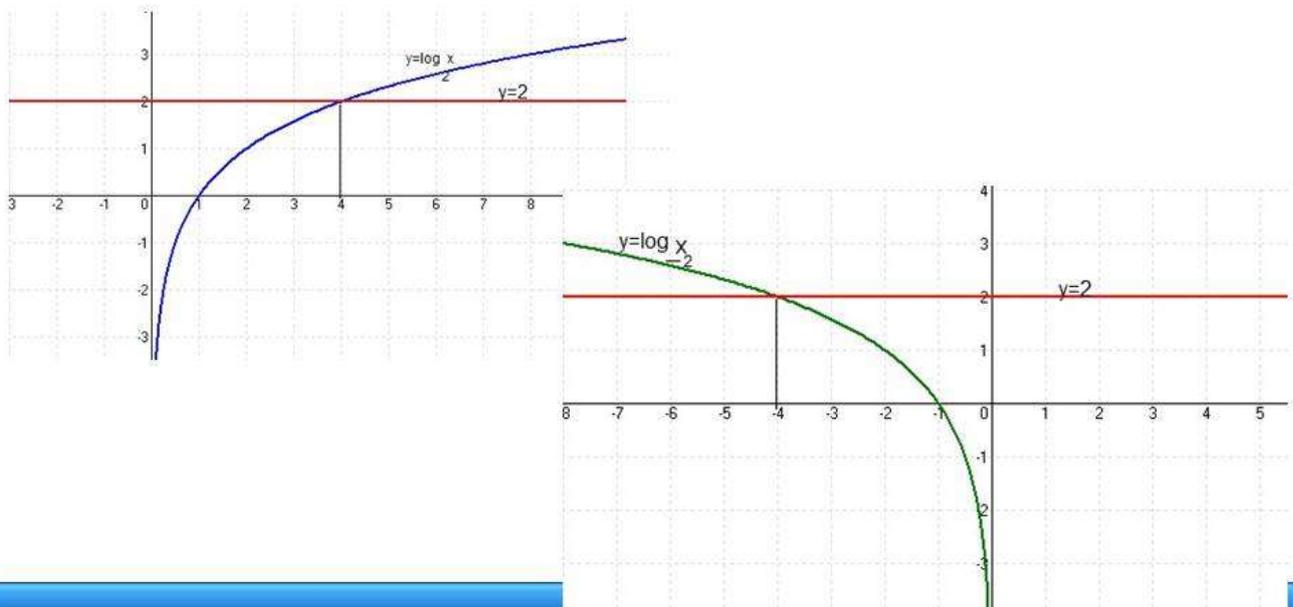
Простейшие показательные уравнения в симметричной математике

- Рассмотрим простейшие показательные уравнения $2^x = 4$ и $2^x = \bar{4}$. Первое уравнение имеет одно решение $x=2$ (или, что тоже самое $0+2$), второе уравнение в множестве действительных чисел решений не имеет, оно разрешимо в множестве антиподных чисел и имеет решение $x = \theta + 2$. Для решения второго уравнения на оси OX надо откладывать антиподные числа. Графическое решение уравнений представлено ниже. Второй рисунок будет соответствовать и решению уравнения $\bar{2}^x = \bar{4}$, только на оси OX нужно отложить действительные числа и решение будет $x=2$.



Простейшие логарифмические уравнения

- Рассмотрим графическое решение простейших логарифмических уравнений. Решим уравнения $\log_2 x = 2$ и $\log_{\frac{1}{2}} x = 2$ решение первого уравнения $x = 4$, решение второго уравнения $x = \frac{1}{4}$. Графическое решение уравнений представлено ниже. Эти же графики будут соответствовать решениям уравнений $\log_2 x = \theta + 2$ (это уравнение будет иметь решение $x = 4$) (второй график) и уравнение $\log_{\frac{1}{2}} x = \theta + 2$ будет иметь решение $x = \frac{1}{4}$, (первый график) На оси Oy вместо действительных чисел нужно откладывать антиподные числа $\theta, \theta \pm 1, \theta \pm 2$ и т.д.



Число e в симметричной математике Я. Машуров

- Один из оппонентов на форуме, будучи слишком „умным“, задал такой „каверзный“ вопрос. Цитирую - У меня простой вопрос. В старой, неудобной алгебре известна формула:

$$\frac{1}{e} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$$

- Чему будет равно число $\frac{1}{e}$ в новой, более прогрессивной алгебре?
- Безусловно он имел ввиду, что в системе предложенной мной эта формула будет неверна, так как минус 1 в любой степени будет равна минус 1. Но любой знакопеременный ряд можно разбить на сумму двух рядов, один будет с положительными членами, а другой с отрицательными. Что и сделал другой участник форума, за что я ему весьма благодарен так, как он обратил внимание на симметричность новой формулы. Цитирую автора:
- Да ещё одно неоспоримое преимущество предлагаемой математической модели её симметричность.

Так в приведённой формуле $\frac{1}{e} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \frac{1^{2n}}{2n!} \right)$

- достаточно поменять знаки и мы получим $-\frac{1}{e} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1^{2n+1}}{(2n+1)!} + \frac{(-1)^{2n}}{2n!} \right)$

чего нельзя сделать в существующей модели

Число e в симметричной математике

- Действительно так как $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^x$ то поскольку в симметричной математике числа 1 и $\bar{1}$ равноправны то автоматически получаем формулу
- $\bar{e} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\bar{1} + \frac{\bar{1}}{n}\right)^x$, что естественно невозможно в существующей модели математики.
- Соответственно и следующая формула: $\frac{1}{e} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ имеет своё
- зеркальное отображение: $\frac{\bar{1}}{e} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\bar{1} - \frac{\bar{1}}{n}\right)^n$ Это естественно так как соответствует основному принципу математики симметричной относительно положительных и отрицательных чисел. Следует иметь ввиду, что во втором слагаемом знак минус над 1 , означает, что знак слагаемого поменялся на противоположный, правильнее было бы видимо писать $\frac{\bar{1}}{e} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\bar{1} + \frac{\bar{1}}{n}\right)^n$, чтобы не путать, что в данной записи два минуса дадут плюс, а не минус (отрицание отрицания). Основной недостаток симметричной математики в отсутствии коммутативности умножения в множестве действительных чисел. Коммутативность остаётся верной для чисел одного знака. Поэтому проводя преобразования выражений необходимо чётко различать в множестве каких чисел проводятся вычисления. Если в множестве действительных чисел, то результат вычислений не определён по знаку и он берётся исходя из начальных условий. Зная произведение и правосторонний множитель, то левосторонний множитель можно найти только по абсолютной величине. $a \cdot x = b$ откуда $x = \left| \frac{b}{a} \right|$